

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Fenomena gelombang nonlinier dapat dijumpai pada masalah dinamika fluida, kinematika reaksi kimia, proses biologi sel dan molekuler, fisika optik dan sebagainya [10]. Dalam banyak kasus, fenomena tersebut dapat dimodelkan secara matematis oleh suatu persamaan diferensial parsial (PDP).

Semakin meningkatnya kajian terhadap model-model persamaan diferensial parsial dalam menjelaskan fenomena gelombang nonlinier, membuat semakin berkembang pula metode-metode alternatif dalam menyelesaikan persamaan tersebut. Beberapa diantara metode yang populer digunakan adalah metode tanh, metode *invers scattering*, metode dekomposisi Adomian dan metode persamaan Riccati proyektif [2,11].

Tesis ini secara khusus akan mengkaji lebih detail penurunan dan penerapan metode persamaan Riccati proyektif dalam menyelesaikan persamaan diferensial parsial nonlinier. Metode ini digagas pertama kali oleh Conte dan Mussete pada tahun 1992 dalam menentukan solusi soliton pada beberapa persamaan diferensial parsial nonlinier [3]. Conte dan Mussete menunjukkan bahwa solusi soliton dapat dinyatakan sebagai suatu polinomial dalam dua fungsi elementer yang memenuhi suatu persamaan Riccati proyektif. Solusi soliton sendiri

adalah gelombang nonlinier terlokalisasi (gelombang soliter) yang memiliki sifat dapat mempertahankan bentuknya saat merambat dengan kecepatan konstan, meskipun setelah berinteraksi dengan gelombang soliter lainnya [4].

Metode Conte dan Mussete ini selanjutnya dikembangkan lebih lanjut oleh Yan pada tahun 2003 dengan memperkenalkan bentuk umum dari persamaan Riccati proyektif [14]. Beberapa peneliti telah menggunakan teknik Yan ini untuk menyelesaikan banyak persamaan diferensial parsial nonlinier. Sebagai contoh, Li and Chen menggunakan metode persamaan proyektif untuk menyelesaikan persamaan reaksi-difusi nonlinier dan persamaan Boussinesq yang dimodifikasi [4]. Mereka juga menerapkan metode tersebut untuk menyelesaikan persamaan tipe Korteweg-de Vries (KdV) yang diperumum dan persamaan tipe KdV-Burgers [13]. Tidak hanya pada kasus kontinu, metode persamaan Riccati proyektif ini juga diterapkan oleh Zhen dan Hong-Qing pada dua persamaan diferensial-beda nonlinier, yaitu persamaan Lotka-Volterra dan Korteweg-de Vries (KdV) diskrit [11].

Di antara hasil-hasil penelitian di atas, belum ada yang membahas aspek matematis dari metode persamaan Riccati proyektif dan keterbatasannya dalam beberapa kasus tertentu. Barulah pada tahun 2009, Du menjelaskan hal tersebut dengan lebih rinci dan menyatakan hasilnya dalam beberapa teorema [5]. Tesis ini akan mengeksplorasi kembali kajian yang dibahas oleh Du tersebut.

1.2 Perumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas pada tesis ini adalah bagaimana penurunan metode persamaan Riccati proyektif dan penjelasan aspek matematis dari metode tersebut (dalam bentuk teorema) serta keterbatasannya dalam beberapa kasus tertentu.

1.3 Pembatasan Masalah

Pembahasan pada tesis ini hanya dibatasi untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial nonlinier yang persamaan tersebut dapat direduksi dengan transformasi solusi gelombang berjalan menjadi persamaan diferensial biasa berikut:

$$u'' + \alpha u' = \sum_{i=0}^k d_i u^i, \quad (1.3.1)$$

dimana $\alpha, d_i (i = 0, 1, 2, \dots, k)$ adalah konstanta sebarang dan $k = (2, 3, 4)$.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian pada tesis ini adalah:

1. Menjelaskan penurunan metode persamaan Riccati proyektif.
2. Membuktikan beberapa teorema yang muncul ketika menerapkan metode persamaan Riccati proyektif
3. Menjelaskan keterbatasan metode persamaan Riccati proyektif pada beberapa kasus tertentu.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian pada tesis ini diharapkan dapat memperkaya kajian tentang aspek matematis dari suatu metode penyelesaian persamaan diferensial parsial nonlinier.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan dalam tesis ini dibagi dalam empat bab. Bab I berisi latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan. Selanjutnya pada Bab II dibahas beberapa teori dasar yang terkait dengan tesis ini dan penurunan metode persamaan Riccati proyektif. Kemudian pada Bab III dijelaskan analisis metode persamaan Riccati proyektif dan teorema-teorema yang muncul ketika menerapkan persamaan Riccati proyektif. Terakhir, pada bab IV disajikan kesimpulan hasil yang diperoleh dan saran untuk penelitian selanjutnya.

