

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Diberikan suatu sistem linier sebagai berikut :

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (1.1.1)$$

dimana  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  dan  $t \in \mathbb{R}_+$ . Sistem (1.1.1) dikatakan positif jika untuk setiap keadaan awal  $\mathbf{x}_0 \in \bar{\mathbb{R}}_+^n$  dan  $t \geq 0$  maka solusi dari (1.1.1) adalah non-negatif, yaitu  $\mathbf{x}(t) \in \bar{\mathbb{R}}_+^n$ .

Kestabilan merupakan suatu sifat utama dari sistem linier yang dewasa ini menjadi topik kajian yang menarik. Kajian dari sistem linier dimulai dengan memperkenalkan terminologi titik tetap. Suatu titik  $\mathbf{x}^*$  dikatakan titik tetap dari sistem (1.1.1) jika  $A\mathbf{x}^* = \mathbf{0}$ . Secara sederhana titik tetap  $\mathbf{x}^*$  dari sistem (1.1.1) dikatakan stabil jika kurva solusi (trayektori) yang berawal dari  $\mathbf{x}_0$  yang pada mulanya dekat dengan titik tetap, maka dengan berlalunya waktu kurva solusi tetap dekat dengan titik tetap tersebut. Jika titik tetap dari sistem (1.1.1) adalah stabil maka sistem (1.1.1) dikatakan stabil.

Ada beberapa tipe kestabilan yang dikenal dalam sistem linier, misalnya kestabilan asimtotik, kestabilan eksponensial, dan lainnya. Secara sederhana dapat dikatakan bahwa suatu titik tetap dikatakan stabil asimtotik jika ia

stabil dan dengan berlalunya waktu posisi dari kurva solusi tersebut semakin dekat dengan titik tetap itu.

Terdapat juga beberapa kriteria dalam penentuan kestabilan suatu sistem. Misalnya kriteria *Lyapunov* yang dapat menyelidiki kinerja (terutama kestabilan) sistem linier maupun nonlinier. Dalam skripsi ini akan dikaji masalah kestabilan asimtotik dari sistem linier dengan asumsi bahwa sistem (1.1.1) adalah positif dengan menggunakan kriteria kestabilan *Lyapunov*.

## 1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas berdasarkan latar belakang pada penelitian ini adalah bagaimana menggunakan kriteria *Lyapunov* dalam menguji kestabilan asimtotik dari sistem linier positif (1.1.1).

## 1.3 Pembatasan Masalah

Pembatasan masalah pada skripsi ini yaitu sistem (1.1.1) adalah positif.

## 1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penulisan skripsi ini adalah untuk mengetahui bagaimana kriteria *Lyapunov* digunakan dalam menguji kestabilan asimtotik dari sistem linier positif (1.1.1).



## 1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan tugas akhir ini terdiri dari empat bab. Bab I berisi latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan. Bab II merupakan landasan teori yang menjelaskan teori-teori dasar yang berkaitan dengan teori matriks dan sistem linier positif. Bab III berisikan pembahasan tentang uji kestabilan asimtotik menggunakan kriteria *Lyapunov*. Selanjutnya Bab IV berisi kesimpulan dari penulisan ini.

