BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Teori dari sebaran terbagi tak hingga memainkan peran yang mendasar dalam beberapa teori peluang, seperti masalah limit pusat dan proses Lévy. Konsep dasar keterbagian tak hingga adalah keterbagian peubah acak X menjadi peubah-peubah acak yang saling bebas dengan sebaran yang sama. Keterbagian tak hingga ini dapat dilihat berdasarkan peubah acak atau fungsi sebarannya. Suatu peubah acak X dikatakan terbagi menjadi n jika terdapat peubah-peubah acak yang identik dan saling bebas $X_1, X_2, ..., X_n$ sedemikian sehingga $X = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$. Sedangkan suatu fungsi sebaran F_X dikatakan terbagi tak hingga jika untuk setiap bilangan bulat positif n terdapat suatu fungsi sebaran F_{X_n} sedemikian sehingga $F_X = (F_{X_n} * F_{X_n} * \ldots * F_{X_n})$ atau dapat dikatakan bahwa F_X adalah konvolusi n kali dari F_{X_n} dengan dirinya sendiri [12].

Penentuan keterbagian tak hingga berdasarkan peubah acak atau fungsi sebaran seperti yang telah dijelaskan di atas tidaklah mudah karena memiliki bentuk yang begitu kompleks sehingga diperlukan cara lain yang lebih baik dalam menentukan keterbagian tak hingga. Cara lain yang sering digunakan dalam menentukan keterbagian tak hingga suatu sebaran adalah dengan meng-

UNIVERSITAS ANDALAS
UNTUK KEDJAJAAN BANGSA

gunakan fungsi karakteristiknya. Fungsi karakteristik $\varphi_X(t)$ dari suatu peubah acak X didefinisikan sebagai berikut,

$$\varphi_X(t) = E_X(e^{itX})$$

dimana $e^{itX} = \cos{(tX)} + i \sin{(tX)}$ dengan i adalah unit imajiner dan $t \in \mathbb{R}$ [10]. Suatu fungsi sebaran F_X dengan fungsi karakteristik $\varphi_X(t)$ dikatakan terbagi tak hingga jika untuk setiap bilangan bulat n terdapat fungsi karakteristik $\varphi_{X_n}(t)$ sedemikian sehingga $\varphi_X(t) = [\varphi_{X_n}(t)]^n$ untuk setiap $t \in \mathbb{R}$ [14].

Fungsi karakteristik dari sebaran terbagi tak hingga dapat dibentuk ke dalam suatu formula umum yang disebut dengan representasi kanonik fungsi karakteristik sebaran terbagi tak hingga. Bentuk representasi kanonik fungsi karakteristik dari suatu sebaran terbagi tak hingga berhasil diformulasikan pertama kali oleh Lévy pada 1932[13]. Representasi kanonik tersebut memuat suatu fungsi monoton $v(dx)$ sehingga setiap fungsi karakteristik dari suatu sebaran menjadi spesifik, fungsi monoton yang bersesuaian dengan sebaran peluangnya tersebut dinamakan ukuran Lévy.

Berdasarkan ukuran Lévy terdapat beberapa kelas yang telah ditemukan beberapa orang ahli, diantaranya adalah kelas $T(\mathbb{R}^d)$, kelas $L(\mathbb{R}^d)$, kelas $B(\mathbb{R}^d)$, kelas $U(\mathbb{R}^d)$, kelas $G(\mathbb{R}^d)$, and kelas $M(\mathbb{R}^d)$. Kelas $T(\mathbb{R}^d)$ diperkenalkan oleh Thorin pada 1977 [15,16], ukuran Lévy pada kelas Thorin memiliki bentuk $v(dx) = k(x)x^{-1}(dx)$ untuk $k(x)$ terukur pada $X \in S$ dan monoton sejati pada interval $(0, \infty)$. Sementara untuk $k(x)$ yang terukur pada $X \in S$ namun tidak naik pada interval $(0, \infty)$ maka ini dinamakan kelas $L(\mathbb{R}^d)$ atau kelas sebaran selfdecomposable [13].

Selanjutnya, pada tahun 1981 Bondesson memperkenalkan kelas $B(\mathbb{R}^d)$ [4]. Ukuran Lévy pada pada kelas $B(\mathbb{R}^d)$ memiliki bentuk $v(dx) = l(x)(dx)$ untuk $l(x)$ terukur pada $X \in S$ dan monoton sejati pada interval $(0, \infty)$. Sementara Jurek pada tahun 1985 juga memperkenalkan ukuran Lévy v yang dikenal sebagai kelas $U(\mathbb{R}^d)$ (kelas Jurek) [9]. Ukuran Lévy tersebut adalah $v(dx) = l(x)(dx)$ untuk $l(x)$ terukur pada $X \in S$ tapi $l(x)$ tidak naik pada interval $(0, \infty)$. Pada tahun 2000, Maejima dan Rosinski meneliti kelas sebaran dengan type-G dengan ukuran Lévy $v(dx) = g(x^2)(dx)$ untuk $g(x)$ terukur pada $X \in S$ dan monoton sejati pada interval $(0, \infty)$. Ukuran Lévy ini dikenal dengan kelas $G(\mathbb{R}^d)$ [11]. Kemudian pada tahun 2008 Aoyama dkk juga memperkenalkan kelas sebaran terbagi tak hingga yaitu kelas $M(\mathbb{R}^d)$ dengan ukuran Lévy $v(dx) = g(x^2)x^{-1}(dx)$ untuk $g(x)$ terukur pada $X \in S$ dan monoton sejati pada interval $(0, \infty)$ [1].

Sebaran binomial negatif merupakan sebaran hasil dari percobaan Bernoulli yang diulang sampai mendapatkan sukses ke-k. Penjumlahan dari beberapa sebaran binomial negatif akan menghasilkan sebaran binomial negatif itu sendiri, seperti yang telah diteliti oleh Furman [8]. Selanjutnya, dalam menentukan keterbagian tak hingga dari sebaran binomial negatif adalah dengan menggunakan fungsi karakteristiknya [13]. Jika fungsi karakteristik dari sebaran binomial negatif telah didapat, maka selanjutnya dibentuk ke dalam formula umum yaitu representasi kanonik dari sebaran binomial negatif. Selain diperoleh bentuk representasi kanonik dari sebaran binomial negatif nantinya juga dapat diperoleh ukuran Lévy sebaran binomial negatif. Ukuran Lévy ini

UNIVERSITAS ANDALAS
UNTUK KEDJAJAAN BANGSA

dapat digunakan untuk menunjukkan kelas dari keterbagian tak hingga dari sebaran binomial negatif yaitu dengan cara melihat karakterisasi dari ukuran Lévy itu sendiri. Oleh karena itu, berdasarkan uraian di atas, hal ini menjelaskan bahwa sebaran binomial negatif memiliki peranan penting untuk dikaji, maka pada penelitian ini akan dikaji kelas keterbagian tak hingga dari sebaran binomial negatif.

1.2 Perumusan Masalah

Perumusan masalah pada penelitian ini berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan di atas adalah:

1. Bagaimana bentuk representasi kanonik sebaran terbagi tak hingga dari sebaran binomial negatif?
2. Bagaimana menentukan kelas sebaran terbagi tak hingga dari sebaran binomial negatif?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mengkaji bentuk representasi kanonik sebaran terbagi tak hingga dari sebaran binomial negatif.
2. Menentukan kelas sebaran terbagi tak hingga dari sebaran binomial negatif.

UNIVERSITAS ANDALAS
UNTUK KEDJAJAAN BANGSA

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Memberikan tambahan wawasan dan ilmu pengetahuan bagi peneliti dan pembaca tentang keterbagian tak hingga, khususnya keterbagian tak hingga dari sebaran binomial negatif.
2. Sebagai bahan referensi dalam penentuan kelas sebaran terbagi tak hingga.
3. Sebagai bahan masukan bagi peneliti selanjutnya dalam mengembangkan dan memperluas cakupan penelitian.