

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Teori graf adalah salah satu bagian dari ilmu matematika di bidang kombinatorik. Dalam bahasa sehari-hari, sebuah graf adalah himpunan dari objek-objek yang dinamakan titik, simpul, atau sudut yang dihubungkan oleh penghubung yang dinamakan garis atau sisi. Aplikasi dalam graf, diantaranya berguna dalam jaringan komunikasi, transportasi, ilmu komputer, riset operasi, dan rancangan suatu bangunan. Selanjutnya, beberapa penelitian baru dalam graf adalah dimensi metrik, dimensi partisi, dan pewarnaan lokasi.

Pertama kali, teori graf dikembangkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736 di Jerman. Di Königsberg, Rusia terdapat empat daerah yang dihubungkan oleh tujuh jembatan di atas sungai Pregel. Leonhard Euler mencoba membuktikan kemungkinan mengunjungi empat daerah yang terhubung oleh tujuh jembatan, melewati setiap jembatan tepat satu kali dan kembali ke tempat asal. Permasalahan Jembatan Königsberg dapat direpresentasikan dengan graf. Representasi keempat daerah itu sebagai titik (*vertex*) dan ketujuh jembatan sebagai sisi (*edge*) yang menghubungkan pasangan titik yang sesuai.

Graf adalah pasangan himpunan titik dan himpunan sisi. Pengaitan titik-titik pada graf membentuk sisi dan dapat direpresentasikan pada gambar se-

hingga membentuk graf tertentu. Dari representasi tersebut, graf dikelompokkan menjadi kelas-kelas graf.

Salah satu topik yang menjadi kajian dalam teori graf adalah dimensi partisi. Chartrand, Salehi dan Zhang [1] mengenalkan konsep dimensi partisi dari sebuah graf G . Mereka melakukan pengelompokan titik di graf G ke dalam sejumlah kelas partisi dan menghitung jarak setiap titik di G terhadap semua kelas partisi untuk merepresentasikan setiap titik pada graf G .

Misalkan terdapat graf $G = (V, E)$ dengan $V(G)$ menyatakan himpunan titik di G dan $E(G)$ adalah himpunan sisi yang menghubungkan titik-titik di G . Misal $S \subset V(G)$ dengan S merupakan kelas partisi dari titik-titik pada graf G dan terdapat titik v di G dinotasikan $d(v, S)$ mengatakan jarak antara v dengan S , yaitu $d(v, S) = \min\{d(v, x) | x \in S\}$. Terdapat k -partisi dengan $\Pi = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ dan titik v dari $V(G)$. Representasi dari $v \in V(G)$ terhadap Π adalah k -vektor $r(v|\Pi) = \{d(v, S_1), d(v, S_2), \dots, d(v, S_k)\}$. Jika untuk setiap dua buah titik berbeda $u, v \in V(G)$ berlaku $r(u|\Pi) \neq r(v|\Pi)$, maka Π disebut partisi pembeda dari $V(G)$. Partisi pembeda Π dengan kardinalitas minimum disebut partisi pembeda minimum dari G . Dimensi partisi dari G dinotasikan dengan $pd(G)$.

Chartrand, Salehi dan Zhang [2] menunjukkan bahwa $pd(G) = 2$ jika dan hanya jika G adalah graf lintasan P_n . Selanjutnya, $pd(G) = n$ jika dan hanya jika G adalah graf lengkap (K_n). Selain itu, pada makalah yang sama, mereka juga menentukan dimensi partisi bipartit lengkap ($K_{r,s}$), bahwa $pd(K_{r,s}) = r + 1$ jika $r = s$ dan $pd(K_{r,s}) = \max\{r, s\}$ jika $r \neq s$. Selanjutnya, dimensi partisi

untuk beberapa kelas graf tertentu telah dikaji oleh banyak peneliti. Diantaranya, Grigorius dkk. [5] menunjukkan dimensi partisi dari graf circulant. Amrullah dkk. [4] menunjukkan dimensi partisi pada subdivisi graf lengkap. Lebih lanjut, Darmaji [3] juga menunjukkan dimensi partisi dari graf multipartit dan hasil graf korona dari dua graf terhubung.

Berdasarkan latar belakang di atas, akan dibahas mengenai dimensi partisi pada graf kembang api seperti yang telah dibahas dalam [3] oleh Darmaji, dimana definisi graf kembang api yaitu sebuah graf yang diperoleh dari beberapa graf bintang $K_{1,n}$ dengan cara menghubungkan satu buah daun dari setiap graf bintang $K_{1,n}$. Graf kembang api dinotasikan dengan $F(m; n_1, n_2, \dots, n_m)$.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan yang akan dikaji pada penulisan tugas akhir ini adalah bagaimana menentukan dimensi partisi dari graf kembang api.

1.3 Tujuan Penulisan

Tujuan penulisan dari tugas akhir ini adalah menentukan dimensi partisi dari graf kembang api.

1.4 Sistematika Penulisan

Adapun penulisan dalam tugas akhir terdiri dari empat bab, yaitu Bab I memuat latar belakang, perumusan masalah, tujuan dan sistematika penulisan.

Pada Bab II dijelaskan mengenai landasan teori tentang konsep dasar dari teori graf dan materi teori-teori penunjang. Pada Bab III memuat pembahasan tentang dimensi partisi pada graf kembang api. Terakhir, Bab IV merupakan kesimpulan dari tugas akhir ini.

