BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Salah satu metode numerik yang paling populer digunakan dalam menghitung hampiran turunan suatu fungsi adalah metode beda hingga (*finite difference*). Pada metode ini domain suatu fungsi dipartisi atas sejumlah titik dan rumus aproksimasi untuk turunan diperoleh dari ekspansi deret Taylor [6]. Metode beda hingga dapat dibagi menjadi tiga jenis berdasarkan lokasi titik-titik partisi yang digunakan, yaitu beda maju (*forward difference*), beda mundur (*backward difference*), dan beda pusat (*central difference*).

Rumus umum beda hingga untuk turunan ke-m dengan ketelitian orde ke-n dapat diperoleh dari suatu algoritma rekursif, artinya untuk memperoleh rumus turunan ke-m dengan ketelitian orde ke-n, maka harus diketahui terlebih dahulu rumus turunan ke-$(m-1)$ dengan ketelitian orde ke-$(n-1)$. Salah satu algoritma rekursif tersebut dikembangkan oleh Fornberg [3], yang darinya dapat dibuat tabel yang berisi koefisien-kofisien rumus beda maju, beda mundur dan beda pusat untuk beberapa tingkatan turunan fungsi dengan beberapa orde ketelitian.

Dalam implementasinya, algoritma rekursif membutuhkan memori komputasi yang semakin besar untuk menghitung hampiran turunan fungsi dengan tingkatan turunan dan orde ketelitian yang semakin tinggi, karena meli-

batkan jumlah data (*titik-titik partisi*) yang semakin banyak. Untuk mengatasi hal tersebut, diperlukan bentuk tutup dari rumus beda hingga sehingga koefisien-koefisiennya dapat ditentukan langsung tanpa melewati proses perhitungan secara rekursif.

Adapun yang dimaksud dengan bentuk tutup di sini adalah suatu ekspresi matematika yang tidak melibatkan perhitungan secara rekrusif. Sebagai contoh, penjumlahan

$$f_n = \sum_{i=0}^{n} 2i \tag{1.1.1}$$

secara komputasi dihitung dengan cara rekursif, artinya untuk menghitung f_n perlu diketahui telebih dahulu f_{n-1} dan seterusnya. Namun persamaan (**??**) memiliki bentuk tutup

$$f_n = n(n+1) \tag{1.1.2}$$

sehingga perhitungannya menjadi lebih efisien karena nilai f_n langsung dapat dihitung untuk setiap n (tanpa harus mencari nilai f_{n-1} terlebih dahulu).

Terkait dengan efisiensi perhitungan numerik dari turunan suatu fungsi, Khan dkk [4] telah mengembangkan bentuk tutup dari rumus beda hingga yang diformulasi berdasarkan deret Taylor. Pembuktian matematis dari bentuk tutup rumus beda hingga untuk turunan pertama sudah dijelaskan secara rinci oleh Khan dkk [5]. Akan tetapi untuk turunan tingkat tinggi (kedua, ketiga, dan seterusnya), bentuk tutup dari rumus beda hingganya dikembangkan oleh Khan dkk [5] hanya berdasarkan observasi numerik dan belum dibuktikan secara matematis.

1.2 Perumusan Masalah

Pada skripsi ini akan dibahas pembuktian matematis dari bentuk tutup rumus beda hingga untuk turunan kedua yang dikembangkan oleh Khan dkk [5].

1.3 Pembatasan Masalah

Pembahasan dalam skripsi ini dibatasi pada kasus beda maju untuk turunan kedua dari fungsi satu variabel dan fungsi kontinu.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk memberikan penjelasan rinci tentang pembuktian matematis dari bentuk tutup rumus beda maju untuk turunan kedua.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan pada skripsi ini terdiri atas empat bab. Bab I memuat latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Bab II membahas konsep dan dasar-dasar teori yang berkaitan dengan permasalahan yang akan dikaji. Selanjutnya pada Bab III dijelaskan bentuk tutup dari rumus beda maju untuk turunan kedua. Terakhir pada Bab IV disajikan kesimpulan dan saran.

UNIVERSITAS ANDALAS
UNTUK KEDJAJAAN BANGSA