

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Aljabar abstrak merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang berhubungan dengan kajian kuantitas, hubungan dan struktur yang terbentuk, seperti grup, gelanggang, lapangan, modul, dan ruang vektor. Salah satu struktur aljabar adalah mempelajari mengenai teori grup. Grup merupakan himpunan dengan operasi biner yang memenuhi beberapa syarat. Dalam struktur grup terdapat orde grup dan kelas-kelas yang membagi grup yang dinamakan kelas konjugasi. Orde dari grup adalah banyaknya elemen dari sebuah grup dan kelas konjugasi adalah sehimpunan elemen yang konjugat terhadap suatu elemen tertentu melalui seluruh elemen grup. Elemen a di grup dengan a dikatakan konjugat dengan b bila ada suatu unsur g di G yang memenuhi $b = gag^{-1}$ atau $b \approx a$, dimana \approx adalah relasi yang ekuivalen.

Relasi ekuivalen membagi keseluruhan grup G menjadi kelas-kelas konjugasi yang saling lepas. Misalkan kelas-kelas konjugasi dari suatu grup G adalah C_i ($i = 1 \dots k$), maka orde dari grup dapat ditulis sebagai penjumlahan dari banyak elemen pada kelas-kelasnya, yaitu $|G| = \#C_1 + \#C_2 + \dots + \#C_k$ dimana $k \leq n$ untuk suatu grup berhingga berorde n .

Subhimpunan H dari sebuah grup G membentuk grup dengan op-

erasi biner yang sama dengan G , maka H disebut subgrup dari G . Himpunan dengan pengoperasian suatu unsur a di grup dengan subgrup H dikatakan koset kiri yaitu $aH = \{ah|h \in H\}$. Kumpulan dari himpunan koset kiri yang berbeda pada H dari G disebut indeks yang membentuk partisi grup, yaitu $|G| = |H|[G : H]$. Hubungan antara kelas konjugasi dan indeks dalam mempartisi grup adalah

$$|G| = \sum_{a \in Z(G)} [G : H] = |Z(G)| + \sum_{i'} \frac{|G|}{|Z(g_i')|},$$

persamaan ini dinamakan persamaan kelas konjugasi.

1.2 Perumusan Masalah

Perumusan permasalahan dari tulisan ini adalah jika diberikan suatu grup, maka bagaimana kelas-kelas konjugasi dari grup tersebut. Oleh karena itu, akan diberikan suatu grup S_4 dan bagaimana kelas konjugasi dari grup S_4 beserta persamaan kelas konjugasi pada grup tersebut dan bagaimana sifat-sifat yang bisa diturunkan dari kelas konjugasi tersebut.

1.3 Tujuan Penulisan

Adapun tujuan dari skripsi ini adalah:

1. Menentukan kelas-kelas konjugasi dari suatu grup S_4 .
2. Mengkaji sifat-sifat dari kelas konjugasi grup S_4 .

1.4 Sistematika Penulisan

Penulisan tugas akhir ini terdiri dari empat bab. Masing-masing bab memuat bagian yang saling terkait. Bab I pendahuluan yang berisi latar belakang masalah, perumusan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan. Bab II yaitu landasan teori yang memuat tentang beberapa definisi dan teorema yang mendasari bagian pembahasan, yaitu pengertian dan sifat-sifat grup serta sifat dari kelas konjugasi di grup. Bab III merupakan pembahasan yang membahas hasil utama dari tugas akhir ini yaitu mengkonstruksi grup simetri S_4 dan menentukan kelas konjugasi dari grup S_4 beserta persamaan kelas konjugasi tersebut. Bab IV merupakan kesimpulan dari pembahasan di Bab III.

