BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Misalkan diberikan graf G dan H sebarang. Notasi $F \to (G, H)$ menyatakan bahwa pada sebarang pewarnaan merah-biru terhadap semua sisi graf F, senantiasa diperoleh F yang memuat subgraf merah yang isomorfik dengan G atau subgraf biru yang isomorfik dengan H. Selanjutnya, suatu *pewarnaan-*(G, H) pada graf F didefinisikan sebagai suatu pewarnaan merah-biru terhadap semua sisi graf F sedemikian sehingga F tidak memuat subgraf merah G sekaligus tidak memuat subgraf biru H.

Dengan menggunakan notasi panah di atas didefinisikan dua jenis bilangan Ramsey berikut. *Bilangan Ramsey graf* dinotasikan $R(G, H)$ didefinisikan sebagai banyaknya titik minimum dari graf lengkap K_n yang memenuhi $K_n \to (G, H)$ dan $K_n - v \nrightarrow (G, H)$ untuk sebarang titik v di K_n. Selanjutnya *bilangan Ramsey sisi*, dinotasikan $\hat{r}(G, H)$, didefinisikan sebagai banyaknya sisi minimum dari suatu graf F yang memenuhi $F \to (G, H)$ dan $F - e \nrightarrow (G, H)$ untuk sebarang sisi e di F.

Nilai eksak $\hat{r}(G, H)$ terkait dengan banyaknya sisi minimal yang dipunyai suatu graf F sedemikian sehingga $F \to (G, H)$ dan $F - e \nrightarrow (G, H)$ untuk sebarang sisi e di F. Pertanyaan yang timbul adalah, apakah graf F yang memenuhi kedua persyaratan tersebut tunggal? Bila tidak, bagaimana karakterisasi dari semua graf Ramsey $(G, H) - minimal$.

Burr dkk. [4] memunculkan pertanyan tentang karakterisasi semua graf F yang memenuhi kedua syarat diatas. Graf F tersebut dikatakan sebagai *graf Ramsey* $(G, H) - minimal$. Semua graf yang memenuhi syarat tersebut dikelompokkan kedalam kelas yang dinamakan *kelas Ramsey* $(G, H) - minimal$, dan dinotasikan sebagai $R(G, H)$.

Masalah dalam kajian tentang $\mathcal{R}(G, H)$ adalah karakterisasi dan penentuan semua graf F yang berada dalam kelas tersebut. Secara umum pengkarakterisasian semua graf F dalam $\mathcal{R}(G, H)$ adalah hal yang sukar dilakukan, meskipun untuk pasangan graf (G, H) yang sederhana dan berukuran kecil.

Selain masalah yang telah disebutkan sebelumnya, penentuan apakah kelas $\mathcal{R}(G, H)$ adalah kelas yang berhingga atau tidak merupakan masalah yang menarik untuk diteliti lebih lanjut. Kelas $\mathcal{R}(G, H)$ dikatakan berhingga jika banyaknya graf yang berada dalam kelas tersebut berhingga. Sebaliknya $\mathcal{R}(G, H)$ dikatakan tidak berhingga jika banyaknya graf yang berada dalam kelas tersebut tidak berhingga. Dalam penelitian ini akan dikaji tentang $\mathcal{R}(G, H)$ berhingga.

Berikut beberapa hasil terkait kelas $\mathcal{R}(G, H)$ berhingga. Dalam [4] dibuktikan kelas $\mathcal{R}(2K_2, 2K_2) = \{3K_2, C_5\}$, artinya bahwa graf yang akan memuat subgraf $2K_2$ merah atau subgraf $2K_2$ biru hanyalah graf $(3K_2)$ dan $C5$. Selanjutnya Burr dkk.[3] membuktikan bahwa untuk setiap bilangan bulat positif m, $m \geq 3$ dan sebarang graf H, $\mathcal{R}(mK_2, H)$ merupakan kelas berhingga.

Mereka menunjukkan hal tersebut dengan memberikan batas atas untuk banyaknya sisi yang dipunyai setiap graf $F \in \mathcal{R}(mK_2, H)$.

Selanjutnya Seplinda [10] memperoleh hasil anggota $\mathcal{R}(3K_2, 2P_3)$ dengan terlebih dahulu memberikan syarat perlu untuk graf yang termuat dalam $\mathcal{R}(3K_2, P_3)$. Wijaya [12] memperoleh hasil terkait $\mathcal{R}(3K_2, K_3)$ berdasarkan syarat untuk graf yang berada dalam $\mathcal{R}(2K_2, K_3)$ yang diberikan oleh Burr dkk [3].

Burr dkk [3] menunjukkan bahwa himpunan $\mathcal{R}(tK_2, H)$ adalah himpunan berhingga untuk setiap graf H. Burr dkk [5] memberikan karakterisasi semua graf di $\mathcal{R}(tK_2, 2K_2)$, Mengersen dan Oeckermann [7] memberikan karakterisasi semua graf di $\mathcal{R}(2K_2, K_{1,n})$ untuk $n \geq 3$ dan menentukan semua graf di $\mathcal{R}(2K_2, K_{1,n})$ untuk $n \leq 3$.

Dalam penelitian ini kita akan mengkaji kembali tentang syarat perlu dan cukup bagi graf F yang memenuhi $F \rightarrow (3K_2, H)$ dan $K_{1,n}$ untuk $n \geq 1$, seperti yang telah dibahas dalam [8]. Dengan menggunakan pendekatan komputasi, dalam [8] telah didapatkan graf dengan m titik tertentu yang menjadi anggota kelas $\mathcal{R}(3K_2, K_{1,n})$ untuk $n \geq 1$. Dalam penelitian ini akan ditentukan graf dengan banyak titik ≥ 8 yang menjadi anggota kelas $\mathcal{R}(3K_2, K_{1,3})$.

1.2 Rumusan Masalah

Perumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimana cara penentuan graf yang menjadi anggota $\mathcal{R}(3K_2, K_{1,3})$.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan beberapa graf dengan banyak titik ≥ 8 yang berada dalam kelas Ramsey Minimal untuk $3K_2$ dan $K_{1,3}$.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan sumbangan terhadap perkembangan ilmu pengetahuan tentang graf Ramsey-minimal, khususnya tentang karakterisasi graf Ramsey-minimal yang berada dalam $\mathcal{R}(3K_2, K_{1,3})$. Diharapkan penelitian ini juga dapat memperluas wawasan bagi penulis dan pembaca.

1.5 Sistematika Penulisan

Tesis ini terdiri dari empat bab dengan sistematika sebagai berikut. Pada Bab I diuraikan tentang latar belakang masalah, perumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan tesis. Pada Bab II diberikan definisi dan teori-teori yang relevan serta hasil-hasil penelitian terdahulu dalam topik yang sama. Selanjutnya, pada Bab III pembahasan serta penyelesaian permasalahan yang berkaitan dengan $\mathcal{R}(3K_2, K_{1,3})$ Hasil utama penelitian diberikan dalam bentuk proposisi dan teorema yang diberi tanda $\diamondsuit$. Penulisan tesis ini diakhiri oleh Bab IV yang berisi kesimpulan dan beberapa masalah terbuka yang diperoleh berdasarkan hasil penelitian tesis.