BAB IV

PENUTUP

Dari pembahasan telah dijelaskan cara menentukan polinomial minimal dan telah dibuktikan beberapa sifat dari polinomial minimal, sehingga dapat disimpulkan.

4.1 KESIMPULAN

1. Jika diberikan matriks A berukuran $n \times n$, maka

   Cara untuk menentukan polinomial minimal dari $A \neq 0$, menyangkut ketentuan berikut :

   1) Jika $A = a_0 I$, oleh karena itu $M_A(A) = A - a_0 I = 0,$ maka

      $M_A(\lambda) = \lambda - a_0$

   2) Jika $A \neq aI$ untuk setiap a, dan $A^2 = a_1 A + a_0 I,$ oleh karena itu

      $M_A(A) = A^2 - a_1 A - a_0 I = 0,$ maka $M_A(\lambda) = \lambda^2 - a_1\lambda - a_0$.

   $\vdots$

   n) Jika $A^{n-1} \neq aA^{n-2} + bA^{n-3} + \ldots + nI$ untuk setiap $a, b, \ldots, n$, dan

      $A^n = a_{n-1}A^{n-1} + a_{n-2}A^{n-2} + \ldots + a_0 I$, oleh karena itu

      $M_A(A) = A^n - a_{n-1}A^{n-1} - a_{n-2}A^{n-2} - \ldots - a_0 I = 0,$ maka

$$M_A(\lambda) = \lambda^n - a_{n-1}\lambda^{n-1} - \ldots - a_1\lambda - a_0$$

2. Beberapa sifat dari polinomial minimal adalah

   a) Untuk $T : V \to V$ suatu operator linier dan $f(\lambda)$ polinomial bukan nol, dengan $f(T) = 0$, dan $(M_T(\lambda))$ adalah polinomial minimal dari T, maka $M_T(\lambda)$ membagi $f(\lambda)$.

   b) Diberikan sebarang nilai eigen λ dari suatu operator linier $T : V \to V$, dengan $M_T(x)$ adalah polinomial minimal dari T dan $C_T(x)$ adalah polinomial karakteristik dari T, maka polinomial minimal dari T dan polinomial karakteristik dari T mempunyai akar-akar yang sama.

4.2 SARAN

Pada penelitian ini belum mencakup semua sifat-sifat dari polinomial minimal, disarankan pada peneliti selanjutnya untuk meneliti sifat-sifat lain dari polinomial minimal.