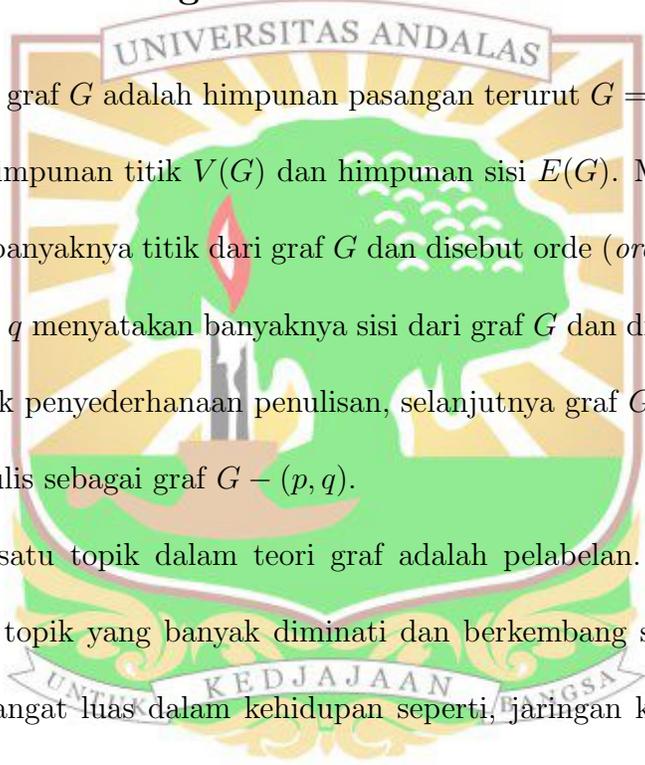


BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang



Suatu graf G adalah himpunan pasangan terurut $G = (V(G), E(G))$ yang terdiri dari himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$. Misalkan $|V(G)| = p$ menyatakan banyaknya titik dari graf G dan disebut orde (*order*) dari G , sedangkan $|E(G)| = q$ menyatakan banyaknya sisi dari graf G dan disebut ukuran (*size*) dari G . Untuk penyederhanaan penulisan, selanjutnya graf G dengan orde p dan ukuran q ditulis sebagai graf $G = (p, q)$.

Salah satu topik dalam teori graf adalah pelabelan. Konsep pelabelan graf menjadi topik yang banyak diminati dan berkembang sangat pesat karena aplikasinya sangat luas dalam kehidupan seperti, jaringan komunikasi, teori coding, kristallografi, dan kriptografi.

Pelabelan adalah pemetaan satu-satu yang memetakan setiap elemen dari graf yaitu himpunan titik dan atau himpunan sisi ke bilangan positif atau bilangan bulat non negatif yang dinamakan dengan label. Pelabelan dengan domain himpunan titik disebut **pelabelan titik** (*vertex labeling*). Pelabelan dengan domain himpunan sisi disebut **pelabelan sisi** (*edge labeling*). Pelabelan dengan domain himpunan

titik dan sisi disebut **pelabelan total** (*total labeling*). Jumlah label titik dan label semua sisi yang menempel pada titik disebut **bobot titik** (*vertex weight*). Untuk suatu sisi $e = uv$, jumlah label sisi dan label dua titik yang menempel pada sisi disebut **bobot sisi** (*edge weight*), dinotasikan $w(uv)$.

Kotzig dan Rosa [1] memperkenalkan konsep pelabelan ajaib. Mereka mendefinisikan suatu pelabelan total sisi ajaib dari graf $G-(p, q)$ sebagai bijeksi fungsi $f : V(G) \cup E(G) \rightarrow \{p+1, p+2, \dots, p+q\}$, sedemikian sehingga untuk setiap sisi $uv \in E(G)$, bobot sisi $w(uv) = f(u) + f(uv) + f(v)$ adalah konstan. Harsfield dan Ringel [6] memperkenalkan konsep pelabelan anti ajaib, yang mendefinisikan suatu pelabelan anti ajaib dari graf $G-(p, q)$ sebagai bijeksi $f : E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, q\}$, sedemikian sehingga jumlah label dari sisi yang terkait dengan setiap titik $v \in V(G)$ berbeda.

Simanjuntak dkk [11] mendefinisikan konsep pelabelan total (a, d) -sisi anti ajaib dan pelabelan total (a, d) -sisi anti ajaib super. Simanjuntak dkk [11] mendefinisikan bahwa pelabelan total (a, d) -sisi anti ajaib sebagai suatu pemetaan satu-satu $f : V(G) \cup E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, p+q\}$ sedemikian sehingga himpunan bobot sisi $\{f(u) + f(uv) + f(v) : uv \in E(G)\} = \{a, a+d, a+2d, \dots, a+(q-1)d\}$, untuk suatu $a > 0$ dan $d \geq 0$. Pelabelan total (a, d) -sisi anti ajaib dikatakan super jika $f(V(G)) = \{1, 2, \dots, p\}$ dan $f(E(G)) = \{p+1, p+2, \dots, p+q\}$.

Sugeng dkk [7] telah mengkaji sifat-sifat pelabelan total (a, d) -sisi anti ajaib super pada graf tangga (*Ladder graph*), graf prisma diperumum (*prism graph*) dan graf antiprisma (*anti prism graph*). Sugeng dkk [7] menyimpulkan bahwa graf

tangga $L_n \simeq P_n \times P_2$ memuat pelabelan total (a, d) -sisi antiajaib super jika n ganjil dan $d \in \{0, 1, 2\}$. Graf prisma diperumum $C_m \times P_n$ memuat pelabelan total (a, d) -sisi antiajaib super jika m ganjil, $m \geq 3, n \geq 2, d \in \{0, 1, 2\}$. Graf antiprisma diperumum A_m^n , $m \geq 3, n \geq 2$ memuat pelabelan total (a, d) -sisi antiajaib super, jika dan hanya jika $d = 1$.

Berdasarkan hasil penelitian tersebut, maka menarik dikaji tentang pelabelan (a, d) -sisi antiajaib super pada graf tangga diperumum $L_n^{(t)}$, $n, t \geq 2$ dan graf kipas diperumum $F_{m,2}^{(t)}$, $m, t \geq 2$, seperti yang telah dibahas dalam [9].

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada tesis ini adalah bagaimana cara menentukan pelabelan (a, d) -sisi antiajaib super pada graf tangga diperumum $L_n^{(t)}$, $n, t \geq 2$ dan graf kipas diperumum $F_{m,2}^{(t)}$, $m, t \geq 2$, seperti yang telah dibahas dalam [9].

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah menentukan pelabelan total (a, d) -sisi antiajaib super pada graf tangga diperumum $L_n^{(t)}$, $n, t \geq 2$ dan graf kipas diperumum $F_{m,2}^{(t)}$, $m, t \geq 2$.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat melengkapi kajian pelabelan pada graf yaitu mengetahui sifat-sifat graf tangga dan graf kipas yang diperumum, serta dapat menentukan pelabelan total (a, d) -sisi anti ajaib super pada graf tangga $L_n^{(t)}$, $n, t \geq 2$ dan graf kipas diperumum $F_{m,2}^{(t)}$, $m, t \geq 2$.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan dalam tesis ini dibagi atas empat bab. Bab I menjelaskan tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, dan manfaat penelitian. Bab II berisi tentang definisi dan terminologi graf, graf tangga diperumum (*generalized ladder graph*), graf kipas diperumum (*generalized fan graph*) serta penjelasan pelabelan graf. Selanjutnya, Bab III memuat tentang pelabelan total (a, d) -sisi anti ajaib super pada graf tangga diperumum dan graf kipas yang diperumum. Terakhir, Bab IV berisi kesimpulan dan saran.

