

## BAB IV

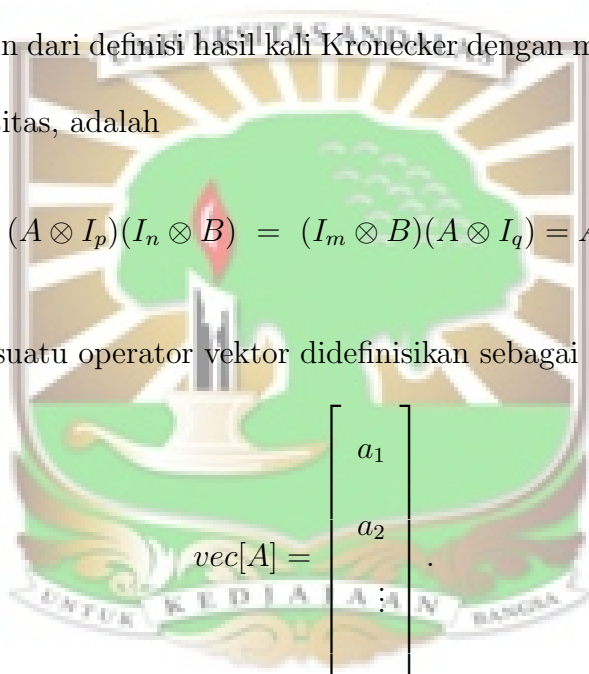
### KESIMPULAN

Berdasarkan hasil yang telah diperoleh pada Bab III, dapat disimpulkan bahwa:

1. Bentuk lain dari definisi hasil kali Kronecker dengan menggunakan matriks identitas, adalah

$$(A \otimes I_p)(I_n \otimes B) = (I_m \otimes B)(A \otimes I_q) = A \otimes B.$$

2. Misalkan suatu operator vektor didefinisikan sebagai


$$\text{vec}[A] = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}.$$

Hubungan antara operator vektor dengan hasil kali Kronecker, antara lain

- a.  $(I_p \otimes A)\text{vec}[B] = (B^T \otimes I_m)\text{vec}[A] = \text{vec}[AB],$
- b.  $(A \otimes I_p)\text{vec}[C] = \text{vec}[CA^T],$
- c.  $\text{vec}[ABC] = (C^T \otimes A)\text{vec}[B].$

3. Misalkan suatu permutasi vektor didefinisikan sebagai

$$P_{mn} = \begin{bmatrix} I_m \otimes e_{1n}^T \\ I_m \otimes e_{2n}^T \\ \vdots \\ I_m \otimes e_{nn}^T \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{mn \times mn},$$

dengan

$$e_{in} = \begin{bmatrix} 0, 0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0 \end{bmatrix}^T.$$

Sifat-sifat permutasi vektor, antara lain

- $\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n (e_{kn} \otimes e_{jm})(e_{jm} \otimes e_{kn})^T = P_{mn},$
- $P_{mn}^T = P_{nm},$
- $P_{mn}^T P_{mn} = P_{mn} P_{mn}^T = I_{mn}.$

