BAB IV

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil yang telah diperoleh pada Bab III, dapat disimpulkan bahwa:

1. Bentuk lain dari definisi hasil kali Kronecker dengan menggunakan matriks identitas, adalah

$$(A \otimes I_p)(I_n \otimes B) = (I_m \otimes B)(A \otimes I_q) = A \otimes B.$$

2. Misalkan suatu operator vektor didefinisikan sebagai

$$vec[A] = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}.$$

Hubungan antara operator vektor dengan hasil kali Kronecker, antara lain

a. $(I_p \otimes A)vec[B] = (B^T \otimes I_m)vec[A] = vec[AB]$,

b. $(A \otimes I_p)vec[C] = vec[CA^T]$,

c. $vec[ABC] = (C^T \otimes A)vec[B]$.

3. Misalkan suatu permutasi vektor didefinisikan sebagai

$$P_{mn} = \begin{bmatrix} I_m \otimes e_{1n}^T \\ I_m \otimes e_{2n}^T \\ \vdots \\ I_m \otimes e_{nn}^T \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{mn \times mn},$$

dengan

$$e_{in} = \begin{bmatrix} 0, 0, \cdots, 0, 1, 0, \cdots, 0 \end{bmatrix}^T.$$

Sifat-sifat permutasi vektor, antara lain

a. $\Sigma_{j=1}^{m}\Sigma_{k=1}^{n}(e_{kn} \otimes e_{jm})(e_{jm} \otimes e_{kn})^T = P_{mn}$,

b. $P_{mn}^T = P_{nm}$,

c. $P_{mn}^T P_{mn} = P_{mn}P_{mn}^T = I_{mn}$.