BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Topologi adalah cabang dari ilmu Matematika yang mengkaji tentang sifat-sifat dari himpunan-himpunan yang tidak berubah oleh deformasi yang kontinu. Topologi memainkan peran penting dalam menyediakan fondasi untuk setiap cabang Matematika yang menggunakan konsep ruang. Suatu ruang yang dilengkapi dengan suatu topologi disebut dengan ruang topologi. [5]

Suatu topologi pada himpunan X adalah koleksi τ atas himpunan-himpunan bagian dari X yang gabungan sebarang dan irisan berhingga dari anggota-anggotanya termasuk dalam koleksi ini. Topologi juga harus memuat himpunan kosong dan X sendiri. Pasangan (X, τ) yang terdiri dari himpunan X dan topologi τ disebut ruang topologi. Himpunan-himpunan di dalam τ disebut himpunan-himpunan buka dari ruang topologi (X, τ). [4]

Ruang topologi dengan sifat-sifat tertentu yang menggambarkan bahwa ruang tersebut secara lokal terlihat seperti suatu ruang Euclidis disebut manifold topologi. Sifat-sifat topologi dari suatu himpunan tersebut diawetkan oleh suatu relasi yang paling mendasar dalam topologi yaitu relasi homeomorfisma. Suatu ruang topologi X dikatakan Euclidis berdimensi n lokal *(locally Euclidean of dimension n)* jika setiap titik dari X mempunyai suatu lingkungan dalam X yang homeomorfik terhadap suatu himpunan bagian buka dari $\mathbb{R}^n$.

Misal U dan V secara berturut-turut merupakan dua himpunan bagian dari ruang Euclidis $\mathbb{R}^k$ dan $\mathbb{R}^n$. Kedua himpunan ini dikatakan ekuivalen secara topologi atau homeomorfis jika terdapat korespondensi satu-satu $\varphi : U \longrightarrow V$ sedemikian sehingga φ dan inversnya adalah suatu pemetaan kontinu. [5]

Salah satu contoh yang menarik dari manifold topologi adalah ruang proyektif riil ($\mathbb{RP}^n$). Ruang ini merupakan ruang kuosien yang diperoleh dari $\mathbb{R}^{n+1} \setminus \{0\}$ dengan mendefinisikan suatu relasi ekuivalen pada $\mathbb{R}^{n+1} \setminus \{0\}$. Untuk $n = 1$, ruang proyektif riil disebut garis proyektif dan untuk $n = 2$, disebut bidang proyektif. Ruang ($\mathbb{RP}^2$) digambarkan sebagai ruang garis-garis yang melalui titik asal di $\mathbb{R}^3$ sama seperti meletakkan suatu bola yang berpusat di titik asal dan mengidentifikasikan titik-titik antipodal, karena setiap garis yang melalui titik asal akan memotong bola secara tepat di dua titik. Akibatnya bola dapat dikatakan ekuivalen secara topologi dengan bidang proyektif. [5]

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas maka perumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimana sifat topologi dari suatu ruang proyektif riil ($\mathbb{RP}^n$).

1.3 Pembatasan Masalah

Pada masalah ini sifat topologi yang dibahas adalah sifat Euclidis lokal pada ruang proyektif riil ($\mathbb{RP}^n$) dengan $n = 2$.

1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan penulisan ini adalah mengkaji sifat topologi dari ruang proyektif riil, khususnya sifat Euclidis lokal pada ruang proyektif riil ($\mathbb{RP}^n$) dengan $n = 2$.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan tugas akhir ini terdiri dari empat bab. Bab I yaitu pendahuluan yang berisikan latar belakang masalah, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan tugas akhir. Bab II yaitu landasan teori yang membahas tentang relasi ekuivalen, fungsi, ruang topologi dan *sphere*. Selanjutnya pada bab III berisikan pembahasan mengenai sifat topologi dari ruang proyektif riil, khususnya sifat Euclidis lokal. Bab IV berisikan kesimpulan.