

**KAJIAN TENTANG
PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL KABUR**

TESIS

OLEH

ELVATHNA SYAFWAN

NBP. 1520432015



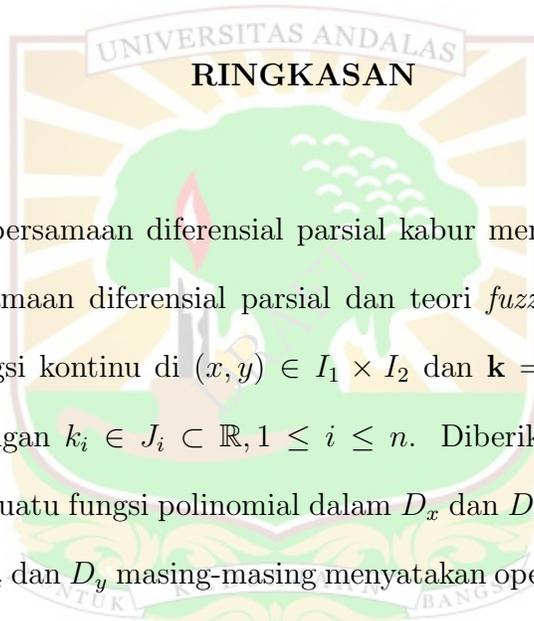
**PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG**

2017

Kajian Tentang Persamaan Diferensial Parsial Kabur

Oleh : ELVATHNA SYAFWAN

(Di bawah bimbingan Dr. Admi Nazra dan Dr. Mahdhivan Syafwan)



Konsep persamaan diferensial parsial kabur merupakan pengembangan dari konsep persamaan diferensial parsial dan teori *fuzzy*. Misalkan $F(x, y, \mathbf{k})$ adalah suatu fungsi kontinu di $(x, y) \in I_1 \times I_2$ dan $\mathbf{k} = (k_1, \dots, k_n)$ suatu vektor konstanta dengan $k_i \in J_i \subset \mathbb{R}, 1 \leq i \leq n$. Diberikan operator $\varphi(D_x, D_y)$ yang merupakan suatu fungsi polinomial dalam D_x dan D_y , dengan koefisien konstanta, dimana D_x dan D_y masing-masing menyatakan operator diferensial parsial terhadap x dan y . Misalkan juga $U(x, y)$ adalah suatu fungsi kontinu yang memiliki turunan parsial yang kontinu terhadap x dan y . Bentuk umum persamaan diferensial parsial adalah

$$\varphi(D_x, D_y)U(x, y) = F(x, y, \mathbf{k}),$$

dengan syarat batas tertentu. Solusi dari persamaan diferensial parsial diberikan oleh $U(x, y) = G(x, y, \mathbf{k}, \mathbf{c})$, dimana G adalah fungsi kontinu dengan $(x, y) \in I_1 \times I_2$, $\mathbf{k} \in J = \prod J_i, 1 \leq i \leq n$ dan $\mathbf{c} \in L = \prod L_i, 1 \leq i \leq m, L_i \subset \mathbb{R}$.

Jika persamaan diferensial parsial di-*fuzzy*-fikasikan, maka diperoleh persamaan diferensial parsial kabur. Dengan menggunakan prinsip perluasan, \bar{F} dapat dihitung dari F , dimana $\bar{F}(x, y, \bar{\mathbf{K}})$ mempunyai $\bar{\mathbf{K}} = (\bar{K}_1, \dots, \bar{K}_n)$ untuk \bar{K}_i suatu bilangan kabur segitiga, $1 \leq i \leq n$. Selanjutnya, fungsi U menjadi \bar{U} dimana \bar{U} memetakan $I_1 \times I_2$ ke dalam bilangan-bilangan kabur. Artinya, $\bar{U}(x, y) = \bar{Z}$ dimana \bar{Z} adalah suatu bilangan kabur. Dengan demikian, bentuk umum persamaan diferensial parsial kabur adalah

$$\varphi(D_x, D_y)\bar{U}(x, y) = \bar{F}(x, y, \bar{\mathbf{K}}),$$

dengan syarat batas tertentu. Solusi dari persamaan diferensial parsial kabur diberikan oleh $\bar{Y}(x, y) = \bar{G}(x, y, \bar{\mathbf{K}}, \bar{\mathbf{C}})$ dengan $\bar{G}(x, y, \bar{\mathbf{K}}, \bar{\mathbf{C}})$ adalah fungsi G yang di-*fuzzy*-fikasikan.

Misalkan $\bar{Y}(x, y)$ terdiferensial. Syarat cukup bagi eksistensi $\bar{Y}(x, y)$ sebagai solusi Buckley-Feuring (solusi BF) dari persamaan diferensial parsial kabur adalah untuk setiap $i \in \{1, \dots, n\}$, $G(x, y, \mathbf{k})$ dan $F(x, y, \mathbf{k})$ keduanya fungsi naik (atau keduanya fungsi turun) pada k_i , untuk $(x, y) \in I_1 \times I_2$ dan $\mathbf{k} \in J$.

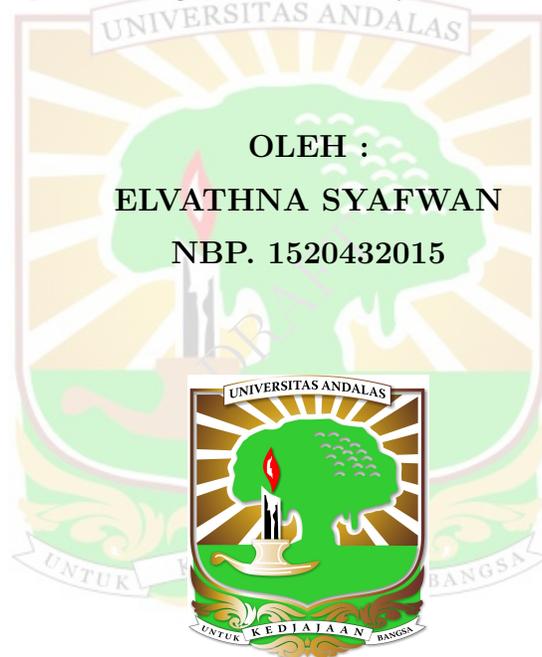
Namun, $\bar{Y}(x, y)$ bukan solusi BF jika terdapat $i \in \{1, \dots, n\}$ sehingga untuk variabel k_i , $G(x, y, \mathbf{k})$ merupakan fungsi naik sejati dan $F(x, y, \mathbf{k})$ merupakan fungsi turun sejati (atau $G(x, y, \mathbf{k})$ merupakan fungsi turun sejati dan $F(x, y, \mathbf{k})$ merupakan fungsi naik sejati), untuk $(x, y) \in I_1 \times I_2$ dan $\mathbf{k} \in J$.

Akibat hasil di atas, diperoleh bahwa $\bar{Y}(x, y)$ adalah solusi BF jika $\frac{\partial G}{\partial k_i} \frac{\partial F}{\partial k_i} > 0$, untuk $i = 1, 2, \dots, n$, $(x, y) \in I_1 \times I_2$ dan $\mathbf{k} \in J$. Jika $\frac{\partial G}{\partial k_i} \frac{\partial F}{\partial k_i} < 0$, untuk suatu i , $(x, y) \in I_1 \times I_2$, $\mathbf{k} \in J$, maka $\bar{Y}(x, y)$ bukan solusi BF.

**KAJIAN TENTANG
PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL KABUR**

TESIS

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Magister
Matematika pada Program Pascasarjana Universitas Andalas



**PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG
2017**

PERNYATAAN KEASLIAN TESIS

Dengan ini saya menyatakan bahwa tesis yang saya tulis dengan judul **“Kajian Tentang Persamaan Diferensial Parsial Kabur”** adalah hasil kerja/karya saya sendiri dan bukan merupakan jiplakan dari hasil kerja/karya orang lain, kecuali kutipan yang sumbernya dicantumkan. Jika di kemudian hari pernyataan ini tidak benar, maka status kelulusan dan gelar yang saya peroleh menjadi batal dengan sendirinya.



LEMBARAN PENGESAHAN

Judul Penelitian : Kajian Tentang Persamaan

Diferensial Parsial Kabur

Nama Mahasiswa : Elvathna Syafwan

NIM : 1520432015

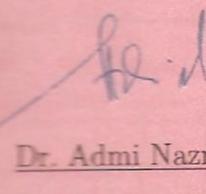
Program Studi : S2 Matematika

Tesis ini telah diuji dan dipertahankan dihadapan panitia ujian akhir Magister pada Program Pascasarjana Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Andalas dan dinyatakan lulus pada tanggal 1 Maret 2017.

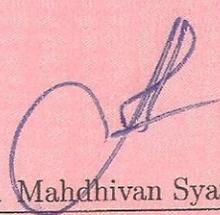
Menyetujui,
Komisi Pembimbing

Ketua

Anggota


Dr. Admi Nazra

NIP. 19730330 199903 1 008


Dr. Mahdhivan Syafwan

NIP. 19820803 200604 1 001

Ketua Jurusan Matematika

Kaprodi S2 Matematika


Dr. Mahdhivan Syafwan

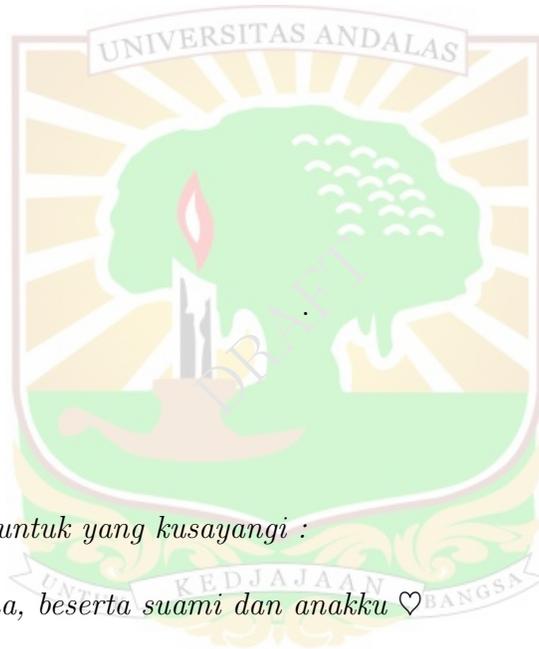
NIP. 19820803 200604 1 001


Dr. Muhafzan

NIP. 19670602 199302 1 001

Bacalah dengan (menyebut) nama Rabbmu Yang Menciptakan. Dia telah menciptakan manusia dari segumpal darah. Bacalah, dan Rabbmulah Yang Maha Pemurah. Yang mengajar (manusia) dengan perantaraan qolam (pena). Dia mengajar kepada manusia apa yang tidak diketahuinya.

(QS. Al-Alaq: 1-5).



Kupersembahkan untuk yang kusayangi :

♡ *Papa dan Mama, beserta suami dan anakku* ♡

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama Elvathna Syafwan, dilahirkan di Padang pada tanggal 24 Juni 1987. Penulis merupakan anak ketiga dari tiga bersaudara dari pasangan suami istri, Drs. Syafwan Aliasar dan Imai Suri. Penulis merupakan istri dari Yudha Triastomo, S.S, M.M, dan telah dikaruniai seorang anak, Khansa Rumaisha.

Penulis menjalani masa pendidikan di SD Baiturrahmah Padang pada tahun 1994-2000, SMP Negeri 2 Padang pada tahun 2000-2003, SMA Negeri 1 Padang pada tahun 2003-2006 dan melanjutkan pendidikan S1 di Jurusan Matematika Universitas Andalas pada tahun 2006-2011. Kemudian pada tahun 2015, penulis diterima sebagai mahasiswa S2 di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas.



KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirrabbi'l'amin, segala puji dan syukur hanya milik Allah Subhanahuwata'ala, yang telah memberikan nikmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis ini yang berjudul **Kajian Tentang Persamaan Diferensial Parsial Kabur** yang merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar Magister Matematika (M.Si) di Pascasarjana Universitas Andalas Padang. Shalawat dan salam semoga selalu tercurahkan kepada Suri Tauladan kita, Rasulullah Muhammad Shalallahu'alaihiwassalam, yang telah menebarkan ilmu dan iman dalam cahaya Islam yang beliau bawa.

Dalam menyelesaikan tesis ini, Penulis banyak menerima bantuan moril maupun materil dari berbagai pihak. Untuk itu, Penulis mengucapkan terima kasih kepada:

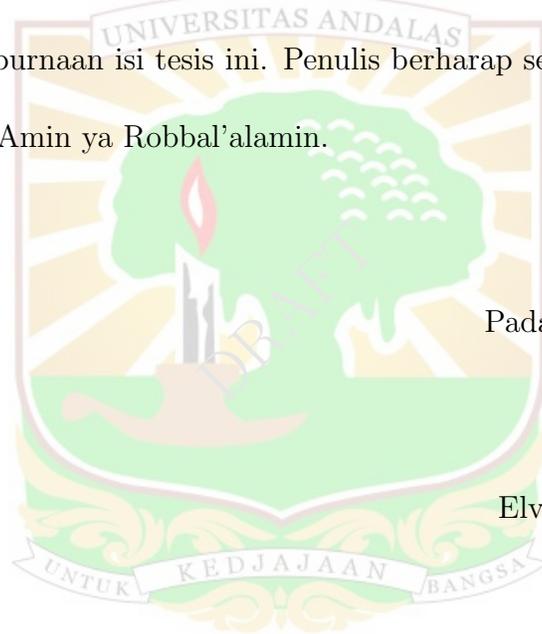
1. Bapak Prof. Dr. Mansyurdin, MS selaku dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
2. Bapak Dr. Muhafzan sebagai koordinator Program Studi S2 Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas.
3. Dr. Admi Nazra, sebagai ketua komisi pembimbing. Terima kasih atas semua dukungan, bantuan, pengorbanan dan saran dalam menyelesaikan tesis ini.

4. Dr. Mahdhivan Syafwan sebagai anggota komisi pembimbing yang juga merupakan kakak tersayang. Terima kasih atas semua dukungan, bantuan, pengorbanan dan saran dalam menyelesaikan tesis ini. ♡
5. Dr. Lyra Yulianti, Dr. Yanita, dan Dr. Shelvi Ekariani selaku penguji yang telah memberi saran dan masukan kepada penulis dalam penyempurnaan tesis ini.
6. Seluruh Bapak dan Ibu Dosen S2 Jurusan Matematika Unand atas semua ilmu yang telah diberikan kepada penulis.
7. Seluruh Staf Jurusan Matematika Unand atas bantuan yang telah diberikan kepada penulis.
8. Yang tercinta, Papa dan Mama, atas semua do'a, kasih sayang, perhatian, bantuan dan dukungan, pengorbanan kepada penulis.
9. Yang istimewa, Suamiku tersayang, atas semua do'a, kasih sayang, perhatian, bantuan dan dukungan, pengorbanan kepada penulis. ♡♡♡
10. Untuk buah hatiku tersayang, Khansa Rumaisha yang senantiasa menjadi penyemangat bagi penulis. ♡♡♡
11. Kakak-kakakku : Da Ivan dan Uni Maya beserta keluarga, Da Havid dan Kak ipar Tia beserta keluarga, serta seluruh keluargaku, atas semua do'a, perhatian dan dukungannya kepada penulis.
12. Teman-teman mahasiswa S2 Matematika Unand 2015: Nadia, Melda, Dian, Mia, Yessy, Rischa, Tari, Stevi, Adek, Siska, Ema, Elin, Zaki, Bang Anton,

Novri, Haves, Randi, Robby, Nanang, selaku teman senasib seperjuangan yang selalu memberikan dukungan dan semangat. Serta seluruh mahasiswa S2 Jurusan Matematika Unand yang telah banyak membantu dan mendukung penulis dalam menyelesaikan tesis ini.

13. Semua pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan tesis ini.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa tesis ini jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik yang bersifat membangun untuk kesempurnaan isi tesis ini. Penulis berharap semoga tesis ini berguna bagi kita semua. Amin ya Robbal'amin.



Padang, 5 Maret 2017

Elvathna Syafwan

ABSTRAK

Pada tesis ini diperkenalkan suatu persamaan diferensial parsial kabur serta eksistensi solusinya. Solusi yang dikaji disebut solusi Buckley-Feuring (solusi BF), dimana persamaan diferensial parsial kabur mempunyai solusi BF jika memenuhi suatu syarat cukup tertentu. Kemudian juga diperoleh suatu syarat cukup kapan solusi BF tidak ada.

Kata kunci: *Persamaan Diferensial Parsial Kabur, Solusi Buckley-Feuring*



ABSTRACT

In this thesis we introduce a fuzzy partial differential equation and the existence of its solution. The considered solution is called Buckley-Feuring solution (BF solution), where the fuzzy partial differential equation has BF solution if it satisfies certain sufficient conditions. We also obtain sufficient conditions for which the BF solution does not exist.

Keywords: *Fuzzy Partial Differential Equation, Buckley-Feuring Solution*

