

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Teori Graf merupakan salah satu bagian dari ilmu matematika. Teori Graf pertama kali diperkenalkan pada tahun 1736 oleh seorang matematikawan terkenal di Swiss yang bernama Leonhard Euler. Teori Graf muncul sebagai representasi permasalahan jembatan Konigsberg yang sangat terkenal. Terdapat tujuh jembatan yang berada di atas sungai Pregel di kota Konigsberg, salah satu kota yang terletak di Prusia bagian Timur Jerman. Permasalahan yang timbul adalah bagaimana cara seseorang berpindah dari satu tempat ke tempat lain dengan melewati setiap jembatan tepat satu kali.

Graf adalah pasangan himpunan titik dan himpunan sisi. Titik menggambarkan objek-objek tertentu, sedangkan pengaitan titik-titik pada graf membentuk sisi dan dapat direpresentasikan pada gambar sehingga membentuk pola tertentu.

Sejalan dengan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi saat ini, banyak sekali penelitian terbaru tentang graf, antara lain dimensi partisi, pewarnaan lokasi, dan lain-lain. Perkembangan teori graf telah banyak memberikan masukan kepada ilmu yang baru. Salah satunya adalah dimensi partisi. Partisi merupakan pembagian himpunan titik pada graf menjadi beberapa kelompok atau kelas suatu graf. Representasi dari suatu titik dapat dianggap

sebagai vektor atau koordinat yang menunjukkan jarak titik tersebut relatif terhadap partisi yang dipilih. Suatu representasi yang baik harus memiliki vektor koordinat yang berbeda. Namun karena pemilihan partisi adalah sebarang, maka representasi yang dihasilkan tidaklah tunggal. Hal ini mengakibatkan tidak semua pilihan partisi dapat menghasilkan suatu representasi yang baik. Pemilihan partisi yang tepat menghasilkan suatu representasi dimana semua titiknya memiliki vektor koordinat yang berbeda.

Misalkan  $G = (V, E)$  suatu graf, dan terdapat himpunan  $S \subseteq V(G)$ .

Jarak dari titik  $v$  ke himpunan  $S$ , dinotasikan dengan  $d(v, S)$ , adalah  $\min\{d(v, x), x \in S\}$  dengan  $d(v, x)$  adalah jarak dari titik  $v$  ke  $x$ . Defenisikan  $\Pi = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$  sebagai himpunan yang berisikan  $k - partisi$  tersebut.

Misal terdapat titik  $v \in V(G)$ , maka representasi dari  $v$  terhadap  $\Pi$  didefenisikan dengan  $r(v|\Pi) = (d(v, S_1), \dots, d(v, S_k))$ . Jika titik-titik yang berbeda di  $G$  mempunyai representasi yang berbeda terhadap  $\Pi$ , maka  $\Pi$  disebut partisi penyelesaian (*resolving partition*). Jika untuk setiap dua titik berbeda  $u, v \in V(G)$  berlaku  $r(u|\Pi) \neq r(v|\Pi)$ , maka  $\Pi$  disebut partisi pembeda dari  $V(G)$ . Partisi pembeda  $\Pi$  dengan kardinalitas minimum disebut partisi penyelesaian minimum dari  $G$ . Kardinalitas dari partisi pembeda minimum disebut dimensi partisi dari  $G$ , ditulis  $pd(G)$ .

Dalam hal ini, masih belum terlalu banyak peneliti mengkaji tentang dimensi partisi. Dalam [2], Chartrand, Salehi dan Zhang menentukan dimensi partisi dari suatu graf yang berada dalam kelas graf pohon, yaitu graf ulat dan graf bintang ganda.

Chartrand dkk[2] telah menentukan dimensi partisi dari sebarang graf pohon secara lengkap. Selanjutnya, Chartrand, Salehi dan Zhang[3] mengkaraktisasi semua graf  $G$  orde  $n$  dengan dimensi partisi 2, yaitu  $pd(G) = 2$  jika dan hanya jika  $G$  adalah graf lintasan  $P_n$ . Graf lintasan  $P_n$  adalah suatu graf yang termasuk dalam kelas graf pohon juga. Graf pohon pisang  $B_{m,n}$  adalah suatu graf yang diperoleh dengan menghubungkan satu titik cabang dari setiap  $m$  buah salinan graf bintang  $K_{1,n}$  ke sebuah titik baru yang disebut titik  $r$ .

## 1.2 Perumusan Masalah

Pada tugas akhir ini, permasalahan yang akan dikaji adalah bagaimana cara menentukan dimensi partisi dari suatu graf pohon pisang, sebagaimana yang telah dibahas oleh Darmaji dalam[1].

## 1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan permasalahan dari tugas akhir ini adalah dimensi partisi dari graf pohon pisang untuk bilangan positif  $n, m$ ,  $pd(B_{m,n}) = 3$  jika dan hanya jika  $(n \leq 2 \text{ dan } 3 \leq m \leq 7)$  dan  $(n = 3 \text{ dan } m \leq 6)$  dan  $(n = 4 \text{ dan } m \leq 2)$ .

## 1.4 Tujuan Penulisan

Adapun tujuan penulisan tugas akhir ini adalah untuk mengkaji kembali tentang penentuan dimensi partisi graf pohon pisang, seperti yang telah diperoleh Darmaji[1].

## 1.5 Sistematika Penulisan

Tugas akhir ini terdiri dari empat bab yaitu Bab I terdiri dari pendahuluan yang memuat latar belakang masalah, perumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan sistematika penulisan. Pada Bab II akan dijelaskan tentang landasan teori yang berisi materi dasar dan materi teori-teori penunjang. Pada Bab III akan dijelaskan dimensi partisi dari graf pohon pisang  $B_{m,n}$  dengan  $m \geq 1$ ,  $n \geq 1$ . Pada Bab IV berisi kesimpulan dari tugas akhir.

