

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Persamaan diferensial banyak diterapkan dalam berbagai disiplin ilmu seperti fisika, kimia, biologi, metalurgi dan disiplin ilmu lainnya. Salah satu kelas dari persamaan diferensial adalah persamaan diferensial *advance-delay*, yaitu persamaan yang memuat nilai-nilai variabel tunda, misalkan $(t - \tau)$ dan variabel maju, misalkan $(t + \tau)$, dengan $\tau > 0$.

Pada tesis ini akan dikaji penyelesaian numerik dari persamaan diferensial *advance-delay* yang berbentuk

$$v'(t) = v(t - \tau) - 2v(t) + v(t + \tau) + f(v(t)), \quad (1.1.1)$$

dimana $t \in \mathbb{R}$, $\lim_{t \rightarrow -\infty} v(t) = 0$, $\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t) = 1$, dan $f(v(t))$ menyatakan suku nonlinier.

Persamaan (1.1.1) juga dikenal sebagai persamaan diferensial bertipe campuran (*mixed type*). Persamaan *advance-delay* (1.1.1) diperkenalkan pertama kali oleh Chi dkk [4] pada tahun 1986 dengan membahas aplikasi pada masalah penghantaran rangsangan pada sistem jaringan syaraf. Selanjutnya pada tahun 1989, Rustichini [8] juga mengkaji persamaan *advance-delay* (1.1.1) dengan aplikasi

pada masalah kontrol optimal untuk kasus autonomous linier. Rustichini kemudian memperluas kajiannya untuk kasus nonlinier dengan aplikasi pada masalah dinamika ekonomi [9].

Persamaan diferensial (*advance-delay*) juga dapat muncul dari masalah gelombang berjalan (*traveling wave*) pada media spasial diskrit (*lattice*). Sebagai ilustrasi, pandang persamaan diferensial *lattice* linier berikut:

$$\dot{u}_n = u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n, \quad (1.1.2)$$

dimana $u_n \equiv u_n(t)$ dan $\dot{u}_n \equiv u'_n(t)$. Solusi gelombang berjalan dari persamaan (1.1.2) dapat ditentukan dengan melakukan transformasi

$$u_n(t) = v(z), \quad (1.1.3)$$

dimana $z = n - kt$ dengan $k > 0$ menyatakan parameter kecepatan. Selanjutnya, substitusi persamaan (1.1.3) ke persamaan (1.1.2) menghasilkan

$$-kv'(z) = v(z+1) + v(z-1) - 2v(z), \quad (1.1.4)$$

yang merupakan persamaan diferensial *advance-delay*.

Dalam masalah gelombang berjalan pada media spasial diskrit nonlinier, persamaan *advance-delay* yang muncul pada masalah ini sulit untuk dianalisis [6]. Oleh karena itu pendekatan numerik sangat penting untuk dilakukan.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada tesis ini adalah:

1. Bagaimana penurunan skema numerik dari persamaan (1.1.1) dengan menggunakan metode beda hingga.
2. Bagaimana kekonsistenan skema numerik dari persamaan (1.1.1).
3. Bagaimana pemrograman dari skema numerik yang dihasilkan dengan menggunakan aplikasi MATLAB.
4. Bagaimana perbandingan antara solusi numerik dengan solusi eksak.

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah:

1. Mengetahui penurunan skema numerik dari persamaan (1.1.1) dengan menggunakan metode beda hingga.
2. Memeriksa kekonsistenan skema numerik dari persamaan (1.1.1).
3. Membuat rancangan pemrograman dari skema numerik yang dihasilkan dengan menggunakan aplikasi MATLAB.
4. Membandingkan solusi numerik dengan solusi eksak.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat melengkapi kajian numerik pada masalah persamaan diferensial nonlinier *advance-delay*.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan dalam tesis ini dibagi atas empat bab. Bab I menjelaskan tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, dan manfaat penelitian. Bab II berisi tentang persamaan beda-diferensial, aproksimasi solusi di luar interval, metode beda hingga orde empat, metode Newton-Raphson, kekon-sistenan persamaan beda. Selanjutnya, Bab III memuat tentang beda hingga dan skema interpolasi dan pembahasan tentang kekon-sistenan persamaan beda. Bab IV berisi tentang algoritma dan hasil-hasil. Terakhir, Bab V berisi kesimpulan dan saran-saran.

