BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Teori graf merupakan pokok bahasan yang banyak penerapannya pada masa kini. Pemakaian teori graf telah banyak digunakan dalam berbagai ilmu, antara lain optimisasi jaringan, ekonomi, psikologi, genetika dan riset operasi.

Salah satu dari pemakaian teori graf adalah pewarnaan graf. Pewarnaan graf dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah pada pembuatan lampu lalu lintas pada sebuah perempatan jalan, yaitu dengan menentukan kendaraan di jalur mana yang bisa berjalan dengan memberi lampu hijau di tempat tertentu dan memberi lampu merah agar kendaraan pada lintasan yang lain berhenti sehingga tidak terjadi tabrakan.

Untuk merepresentasikan titik-titik pada graf G, Chartrand dkk [9] melakukan pengelompokan dengan cara mempartisi semua titik dalam $V(G)$ menjadi dua partisi atau lebih, berdasarkan pewarnaan titik dari graf G. Pewarnaan titik pada graf adalah $c : V(G) \longrightarrow \{1, 2, 3, ..., k\}$ dengan syarat untuk setiap titik bertetangga harus memiliki warna yang berbeda. Minimum banyaknya warna yang digunakan untuk pewarnaan titik pada graf G disebut bilangan kromatik, yang dinotasikan dengan $\chi(G)$. Misalkan G merupakan graf terhubung dan c merupakan pewarnaan terhadap titik - titik di $V(G)$ dengan warna $1, 2, ..., k$. Misalkan $\Pi = \{S_1, S_2, ..., S_k\}$ merupakan partisi dari $V(G)$ ke dalam kelas - kelas warna yang saling bebas, dimana S_i merupakan himpunan dari titik yang diberi warna i, dengan $1 \leq i \leq k$. Kode warna $c_\Pi(v)$ dari titik V merupakan vektor dengan k unsur yaitu $(d(v, S_1), d(v, S_2), ..., d(v, S_k))$, dimana $d(v, S_i)$ adalah jarak v ke S_i, dengan $1 \leq i \leq k$. Jika untuk setiap dua titik yang berbeda u, v di $G, c_\Pi(u) \neq c_\Pi(v)$, maka c disebut pewarnaan kromatik lokasi *(locating-chromatic coloring)* dari G. Pewarnaan lokasi dengan banyak warna yang digunakan minimum disebut pewarnaan lokasi minimum, dan kardinalitas dari himpunan yang memuat pewarnaan lokasi minimum disebut bilangan kromatik lokasi *(locating chromatic number)* dari G, dinotasikan dengan $\chi_L(G)$.

Graf K_1 dan K_2 mempunyai bilangan kromatik lokasi 1 dan 2. Sedangkan graf dengan orde $n \geq 3$ yang mempunyai bilangan kromatik n adalah graf multipartit lengkap. Selanjutnya Chartrand [10] menandai semua graf dengan orde n dengan bilangan kromatik lokasi $n - 1$. Chartrand juga memberikan beberapa kondisi dari graf G dimana $n-2$ adalah suatu batas atas jika $n - 2$ merupakan bilangan kromatiknya. Asmiati dan Baskoro [1] menandai semua graf yang memuat *cycle* dengan bilangan kromatik lokasi 3. Chartrand [9] menentukan bilangan kromatik lokasi dari *cycle*. Baskoro dan Purwasih [4] menentukan bilangan kromatik lokasi untuk hasil korona dari dua graf. Behtoei dan Ommoomi mempelajari bilangan kromatik lokasi dari graf hasil Cartesian [6], penggabungan graf [7] dan graf Kneser [5]. Selanjutnya, Asmiati menentukan bilangan kromatik lokasi dari graf kembang api [2] dan gabungan graf bintang [3].

Salah satu graf yang dipelajari dalam tugas akhir ini adalah graf pohon. Graf pohon adalah suatu graf terhubung yang tidak memuat siklus. Untuk bilangan kromatik lokasi dari graf pohon, kita hanya mempunyai hasil berikut. Chartrand [9] mengkaji bilangan kromatik lokasi untuk graf lintasan dan graf bintang ganda. Selanjutnya Chartrand [10] menunjukkan bahwa untuk sebarang bilangan bulat $k \in [3, n]$, dan $k \neq n-1$, terdapat suatu pohon dengan n titik dengan bilangan kromatik lokasi k. Untuk selanjutnya, notasi $[a, b]$ menyatakan himpunan bilangan bulat yang berada dalam selang tersebut. Bagaimanapun masih terdapat banyak kelas dari graf pohon yang bilangan kromatik lokasinya belum diketahui. Pada tugas akhir ini akan dikaji tentang bilangan kromatik lokasi untuk salah satu jenis graf pohon, yaitu graf pohon n-*ary* lengkap, seperti yang telah dibahas dalam [12].

1.2 Rumusan Masalah

Misalkan terdapat bilangan bulat $n, k \geq 3$, graf pohon n-*ary* lengkap, dengan satu titik, namakan r, sebagai titik akar, dinotasikan $T(n, k)$, adalah graf pohon dengan kedalaman k, dimana setiap titik mempunyai n cabang kecuali untuk daunnya. Kedalaman dari $T(n, k)$ adalah panjang suatu lintasan dari titik akar r ke daunnya. Permasalahan yang akan dikaji pada tulisan ini adalah bagaimana menentukan bilangan kromatik lokasi untuk graf pohon n-*ary* lengkap, seperti yang telah dibahas dalam [12].

1.3 Batasan Masalah

Pada tugas akhir ini masalah dibatasi untuk penentuan bilangan kromatik lokasi untuk graf pohon *n-ary* lengkap $T(n,k)$ untuk $k = 1,2,3$, yaitu $T(n,1)$, $T(n,2)$ dan $T(n,3)$.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah untuk mengkaji [12] tentang penentuan bilangan kromatik lokasi untuk graf pohon *n-ary* lengkap.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan dalam tugas akhir ini dibagi menjadi empat bab. Bab I terdiri dari latar belakang, perumusan masalah, tujuan dan sistematika penulisan. Pada Bab II akan dijelaskan tentang landasan teori yang berisi materi dasar dan materi teori-teori penunjang. Sedangkan pada Bab III memuat pembahasan tentang bilangan kromatik lokasi dari graf pohon *n-ary* lengkap. Bab IV berisi kesimpulan dari pembahasan.