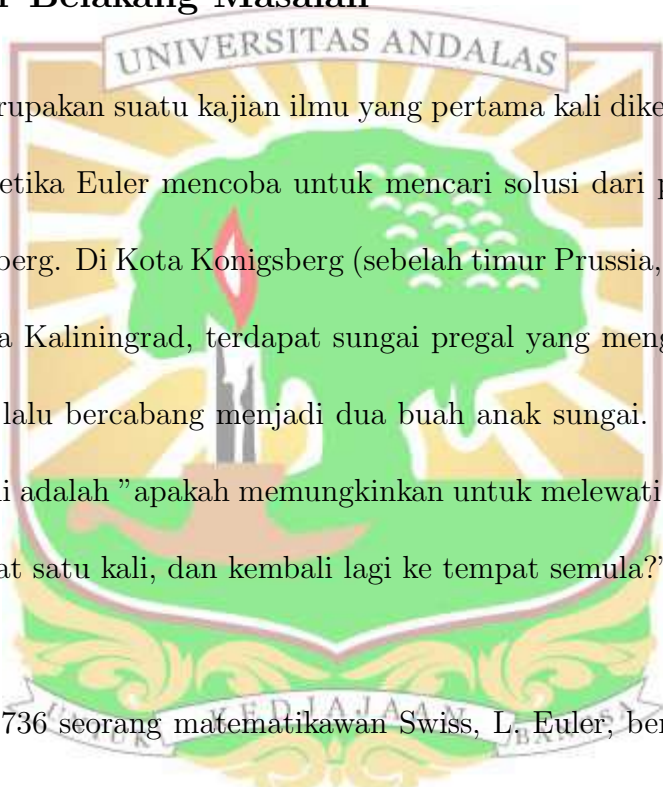


BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah



Teori graf merupakan suatu kajian ilmu yang pertama kali dikenalkan pada tahun 1736, yakni ketika Euler mencoba untuk mencari solusi dari permasalahan jembatan Konigsberg. Di Kota Konigsberg (sebelah timur Prussia, Jerman), sekarang bernama Kota Kaliningrad, terdapat sungai Pregal yang mengalir mengitari pulau Kneiphof lalu bercabang menjadi dua buah anak sungai. Masalah jembatan Konigsberg ini adalah "apakah memungkinkan untuk melewati ketujuh buah jembatan itu tepat satu kali, dan kembali lagi ke tempat semula?".

Pada tahun 1736 seorang matematikawan Swiss, L. Euler, berhasil pertama kali menemukan jawaban masalah itu dengan memodelkan masalah ini ke dalam graf. Daratan yang dihubungkan oleh jembatan dinyatakan sebagai noktah yang disebut titik dan jembatan dinyatakan sebagai sisi-sisi. Euler mengungkapkan bahwa tidak mungkin seseorang berjalan melewati tepat satu kali pada masing-masing jembatan dan kembali lagi ke tempat semula karena pada graf model jembatan Konigsberg itu tidak semua titik berderajat genap (derajat suatu titik adalah


jumlah sisi yang terkait dengan titik yang bersangkutan).

Teori graf merupakan cabang ilmu matematika yang bermanfaat untuk mempermudah dalam penyelesaian suatu masalah. Masalah dapat direpresentasikan dalam bentuk graf, sehingga persoalan tersebut dapat dijelaskan dengan lebih sederhana. Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan kaitan antara objek-objek tersebut. Dalam hal ini, objek dilambangkan dengan titik (*vertex*) dan kaitan objek-objek tersebut dilambangkan dengan sisi (*edge*).

Masalah pewarnaan peta diyakini sebagai pewarnaan graf yang pertama kali muncul, dimana setiap dua daerah yang berbatasan diberi warna berbeda agar mudah untuk dibedakan. Bidang pewarnaan menjadi salah satu bidang yang paling populer pada teori graf dan memiliki banyak aplikasi dalam membuat jadwal, pemetaan, penentuan frekuensi untuk radio, pencocokan pola, dan lain-lain. Masalah pewarnaan graf berkembang lebih jauh, yaitu *rainbow connection number*.

Latar belakang munculnya konsep *rainbow connection number*, berawal dari penyelesaian masalah informasi komunikasi antar agen pemerintah di USA. Departemen Keamanan Homeland USA dibentuk tahun 2003, untuk merespon kelemahan yang ditemukan dalam transfer informasi. Suatu pengiriman informasi bisa dikirimkan kepada suatu agen yang juga merupakan informasi untuk agen yang lainnya dengan mensyaratkan sandi. Maka akan terdapat suatu atau lebih lintasan informasi

untuk setiap dua agen dan harus dipastikan tidak ada sandi yang berulang untuk setiap lintasan informasi antara dua agen, sehingga sandi untuk setiap lintasan berbeda-beda. Situasi ini yang dimodelkan dalam teori graf yaitu *rainbow connection number*. Masalah *rainbow connection number* ini selain bisa diaplikasikan dalam keamanan transfer informasi yang terklarifikasi antar agen, menarik juga untuk diinterpretasikan pada bidang *networking*.



Konsep *rainbow connection* pada suatu graf pertama kali diperkenalkan oleh Chartrand, Johns, McKeon dan Zhang pada 2008. Mereka menentukan berapa bilangan *rainbow connection* dari beberapa graf khusus seperti graf pohon, graf lengkap, graf lingkaran, graf roda, graf bipartit lengkap, dan graf multipartit lengkap. Graf G dikatakan *rainbow connected* jika setiap dua titik yang berbeda di G dihubungkan oleh *rainbow path*. *Rainbow path* adalah lintasan pada graf G dimana tidak ada dua sisi pada lintasan tersebut yang memiliki warna sama. Pewarnaan sisi sehingga G bersifat *rainbow connected* dikatakan *rainbow coloring*. Jika G *rainbow connected*, maka pastilah graf G terhubung.

Rainbow connection number adalah minimal warna yang diperlukan sehingga graf G *rainbow connected* ditulis $rc(G)$. Misalkan c adalah *rainbow coloring* dari graf terhubung G . Dua titik $u, v \in G$, *rainbow $u - v$ geodesic* pada G adalah *rainbow $u - v$ path* yang panjangnya $d(u, v)$, dimana $d(u, v)$ adalah jarak antara u dan v . *Geodesic* adalah lintasan *rainbow* terpendek. Graf G dikatakan *strongly*

rainbow connected jika untuk setiap dua titik $u, v \in G$ terdapat suatu *rainbow u - v geodesic* [3].

1.2 Perumusan Masalah

Perumusan masalah pada kajian ini adalah bagaimana menentukan *rainbow connection number* untuk graf yang merupakan hasil dari *cartesian product* dari graf lintasan P_3 dengan C_n ditulis $(P_3 \times C_n)$ dan graf lintasan P_n dengan graf bipartit lengkap $K_{2,2}$ ditulis $(P_n \times K_{2,2})$. Kajian ini merupakan studi literatur dari [1].

1.3 Pembatasan Masalah

Permasalahan pada tulisan ini dibatasi pada penentuan *rainbow connection number* pada operasi *cartesian product* dari graf lintasan P_3 dengan graf lingkaran C_n $(P_3 \times C_n)$ dan graf lintasan P_n dengan graf bipartit lengkap $K_{2,2}$ $(P_n \times K_{2,2})$.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dalam penelitian ini adalah menentukan *rainbow connection number* untuk graf yang merupakan hasil dari *cartesian product* dari graf lintasan P_3 dengan C_n ditulis $(P_3 \times C_n)$ dan graf lintasan P_n dengan graf bipartit lengkap $K_{2,2}$ ditulis $(P_n \times K_{2,2})$.

1.5 Sistematika Penulisan

Pada tugas akhir ini, materi disusun menjadi empat bab. Bab I adalah bagian pendahuluan, terdiri dari latar belakang masalah, perumusan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Pada Bab II, yaitu bagian landasan teori, dibahas definisi-definisi, teorema-teorema, dan istilah-istilah yang digunakan dalam kajian. Bab III berisikan "Penentuan *Rainbow Connection Number* pada *Cartesian Product* terhadap graf lintasan, graf lingkaran, dan graf bipartit lengkap $K_{2,2}$ ". Bab IV yaitu Kesimpulan dan Saran.

