BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Misalkan $\mathbb{R}$ menyatakan himpunan bilangan riil, $\mathbb{R}^n$ menyatakan himpunan vektor riil dengan n komponen, $\mathbb{R}_+$ menyatakan himpunan bilangan riil dimana setiap bilangan adalah nonnegatif, $\mathbb{R}^n_+$ menyatakan himpunan vektor riil dengan n komponen dimana setiap komponennya adalah nonnegatif, $\mathbb{R}_-$ menyatakan himpunan bilangan riil dimana setiap bilangan adalah nonpositif, $\mathbb{R}^n_{++}$ menyatakan himpunan vektor riil dengan n komponen dimana setiap komponennya adalah positif, $\mathbb{R}^{n\times m}$ merupakan himpunan matriks berukuran $n \times m$ dimana setiap entrinya adalah bilangan riil, $\mathbb{R}^{n\times m}_+$ menyatakan himpunan matriks berukuran $n \times m$ dimana setiap entrinya adalah nonnegatif [3].

Selanjutnya diberikan suatu sistem linier sebagai berikut

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= A\mathbf{x} + B\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= C\mathbf{x} \end{aligned} \tag{1.1.1}$$

dimana $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n\times m}$, dan $C \in \mathbb{R}^{r\times n}$. Dalam sistem (1.1.1) , $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ menyatakan vektor keadaan (*state*), $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ menyatakan vektor *input* (kontrol), $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^r$ menyatakan vektor *output*. Sistem (1.1.1) dikatakan positif jika untuk setiap keadaan awal nonnegatif, vektor input nonnegatif, maka keadaan pada waktu t dan output pada waktu t adalah nonnegatif, yaitu $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}_+^n$ dan $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}_+^r$ untuk setiap $t \in \mathbb{R}_+$. Dalam [2] dinyatakan bahwa sistem (1.1.1) adalah positif jika dan hanya jika $B \in \mathbb{R}_+^{n\times m}$, $C \in \mathbb{R}_+^{r\times n}$, dan $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ adalah matriks Metzler, yaitu $a_{ij} \geq 0$, $\forall i \neq j$, $i, j = 1, 2, .., n$. Sistem (1.1.1) adalah stabil jika $\lim_{t\to\infty} \mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$ [4,6]. Dalam [2] dinyatakan bahwa sistem (1.1.1) adalah stabil jika bagian riil dari semua nilai eigen matriks A adalah negatif.

Dalam beberapa situasi, sistem yang diberikan kadang-kadang tidak stabil. Salah satu upaya untuk menstabilkan sistem (1.1.1) adalah dengan menggunakan suatu *state feedback*

$$\mathbf{u} = -K\mathbf{x},$$

untuk suatu matriks $K \in \mathbb{R}^{m\times n}$, sedemikian sehingga sistem

$$\dot{\mathbf{x}} = (A - BK)\mathbf{x}$$

adalah stabil [3].

Cara lain adalah dengan menggunakan *output feedback*

$$\mathbf{u} = -K_0\mathbf{y},$$

untuk suatu matriks $K_0 \in \mathbb{R}^{m\times r}$, sedemikian sehingga sistem

$$\dot{\mathbf{x}} = (A - BK_0C)\mathbf{x}$$

adalah stabil [3].

Dalam skripsi ini akan dibicarakan syarat untuk matriks $K_0 \in \mathbb{R}^{m\times r}$ sedemikian sehingga

$$\dot{\mathbf{x}} = (A - BK_0C)\mathbf{x}$$

adalah positif dan stabil, yaitu $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n_+$ dan $\lim_{t\to\infty} \mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$.

1.2 Perumusan Masalah

Diberikan sistem (1.1.1) yang tidak stabil dan diasumsikan bahwa (1.1.1) adalah positif. Bagaimanakah syarat untuk matriks $K_0 \in \mathbb{R}^{m\times r}$ sedemikian sehingga sistem $\dot{\mathbf{x}} = (A - BK_0C)\mathbf{x}$ adalah positif dan stabil?. Kajian tentang hal ini mengeksplor kembali studi pada referensi [3].

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam tulisan ini, kajian hanya dibatasi pada sistem positif Single Input Single Output (SISO) yaitu $m = 1$ dan $r = 1$.

1.4 Tujuan

Adapun tujuan penulisan skripsi ini yaitu untuk mengkaji masalah kestabilan sistem linier positif menggunakan *output feedback*.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan skripsi ini terdiri dari empat bab. Bab I berisikan latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan dan sistematika penulisan. Bab II berisikan teori-teori yang akan digunakan dalam menyelesaikan permasalahan yang dibahas pada penulisan ini. Bab III berisikan pembahasan mengenai permasalahan yang dibahas beserta hasilnya. Bab IV berisikan tentang kesimpulan dari penelitian dan saran bagi penelitian selanjutnya.