BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika. Dengan teori graf banyak permasalahan yang dapat dinyatakan untuk lebih sederhana sehingga lebih mudah diselesaikan. Keunikan teori graf adalah kesederhanaan pokok bahasannya yang disajikan dalan bentuk titik dan sisi. Titik menggambarkan objek-objek tertentu dan sisi menggambarkan hubungan antara objek-objek tersebut.

Pada tahun 1736, teori graf diperkenalkan untuk pertama kali ketika seorang matematikawan Swiss, L. Euler mencoba untuk mencari solusi dari permasalahan yang sangat terkenal yaitu masalah jembatan Konigsberg. Di Kota Konigsberg, sebelah timur Prussia, Jerman, sekarang bernama Kota Kaliningrad, terdapat Sungai Pregal yang mengalir mengitari Pulau Kneiphof lalu bercabang menjadi dua buah anak sungai. Masalah jembatan Konigsberg ini adalah *"apakah seseorang mungkin melewati ketujuh buah jembatan itu masing-masing tepat satu kali, dan kembali lagi ke tempat semula?"*[7]. Euler menemukan jawaban masalah itu dengan memodelkan masalah ini ke dalam teori graf. Daratan yang dihubungkan oleh jembatan dinyatakan sebagai titik (*vertex*) dan jembatan dinyatakan sebagai garis-garis yang disebut sisi (*edge*). Euler mengungkapkan bahwa tidak mungkin seseorang berjalan melewati tepat satu kali pada masing-masing jembatan dan kembali lagi ke tempat semula karena pada graf model jembatan Konigsberg itu tidak semua titik berderajat genap (derajat suatu titik adalah banyaknya sisi yang terkait dengan titik yang bersangkutan) [7].

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika diskrit yang banyak penerapannya dalam berbagai bidang ilmu seperti fisika, biologi, kimia, arsitektur, transportasi, teknologi komputer, ekonomi, sosial dan bidang lainnya. Perkembangan teori graf saat ini tidak hanya secara teoritis, tetapi juga secara aplikatif seperti dalam ilmu jaringan komunikasi, transportasi, ilmu komputer, musik, dan ilmu-ilmu lainnya.

Salah satu topik yang dipelajari dalam teori graf adalah pengoperasian graf dan *rainbow connection*. Graf yang dihasilkan dari pengoperasian graf yaitu suatu graf yang diperoleh dengan cara melakukan suatu operasi tertentu terhadap dua atau lebih graf dan untuk *rainbow connection* pada graf pertama kali diperkenalkan pada tahun 2006 oleh Chartrand dkk [2]. Misalkan G adalah graf terhubung tak trivial dan didefinisikan pewarnaan sisi $c : E(G) \rightarrow \{1, 2, ..., k\}$ dengan $k \in N$, sedemikian sehingga dua sisi yang bertetangga boleh memiliki warna yang sama. Suatu $u - v$ path P di G dikatakan *rainbow path* jika tidak ada dua sisi di P

yang memiliki warna sama. Graf G dikatakan *rainbow connected* jika setiap dua titik yang berbeda di G dihubungkan oleh *rainbow path*. Minimum dari banyak warna sehingga suatu graf menjadi *rainbow connected* disebut dengan *rainbow connection number*, dinotasikan $rc(G)$.

Konsep *rainbow connection* dapat digunakan untuk pengamanan pengiriman informasi rahasia antar pemerintah dan agen. Dalam hal ini, pemerintah dan agen tidak diizinkan untuk saling mencek informasi karena berhubungan dengan keamanan nasional, sehingga informasi kepada agen satu dan lainnya harus menggunakan sandi. Dengan demikian, akan terdapat satu atau lebih lintasan informasi untuk setiap dua agen dan harus dipastikan tidak ada sandi yang berulang. Kata sandi setiap lintasan harus berbeda, sehingga harus ditentukan banyaknya sandi yang dibutuhkan, agar terdapat satu lintasan yang aman antara dua agen. Situasi inilah yang dimodelkan menjadi konsep *rainbow connection number*.

Topik tentang bilangan *rainbow connection* dari suatu graf sangat menarik untuk dikaji seperti yang dikemukakan oleh Li dan Sun [4], begitu juga dengan bilangan *strong rainbow connection* dari suatu graf. Namun dari hasil penelusuran literatur, masih sedikit penelitian yang dilakukan tentang topik tersebut. Dalam [2], Chartrand dkk menentukan *rainbow connection number* dan *strong rainbow connection number* dari beberapa kelas graf khusus seperti graf Pohon, graf Lengkap, graf Roda, graf Bipartid Lengkap, dan graf Multipatrit Lengkap. Pada kajian skripsi ini akan dibahas tentang *rainbow connection number* pada graf Buku Segiempat, graf Kipas, dan graf Tribun.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan yang dikaji pada skripsi ini adalah bagaimana menentukan *rainbow connection number* pada graf Buku Segiempat $\mathfrak{B}_n$, graf Kipas F_n, dan graf Tribun $\mathfrak{T}_n$. Kajian ini merupakan studi literatur dari referensi [5].

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan skripsi ini adalah menentukan *rainbow connection number* untuk graf Buku Segiempat $\mathfrak{B}_n$, graf Kipas F_n, dan graf Tribun $\mathfrak{T}_n$.

1.4 Sistematika Penulisan

Dalam kajian skripsi ini, pertama-tama akan disajikan Bab I yaitu bab "Pendahuluan", terdiri dari latar belakang masalah, perumusan masalah, tujuan masalah, dan sistematika penulisan. Pada Bab II, yaitu tentang "Landasan Teori", dibahas definisi-definisi, teorema-teorema, dan istilah-istilah yang digunakan dalam kajian. Bab III berisikan "Penentuan *Rainbow Connection Number* pada graf Buku Segiempat $\mathfrak{B}_n$, graf Kipas F_n, dan graf Tribun $\mathfrak{T}_n$. Pada Bab IV, disajikan kesimpulan dan saran berdasarkan materi-materi yang telah dibahas sebelumnya.