BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Diberikan suatu sistem persamaan beda (*difference equations*) linier sebagai berikut:

$$E\mathbf{x}_{t+1} = A\mathbf{x}_t + B\mathbf{u}_t, t \in \mathbb{Z}_+ \tag{1.1}$$

dengan $E, A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ dan $B \in \mathbb{R}^{n\times m}$. Dalam sistem (1.1), $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^n$ menyatakan variabel *state* (keadaan), $\mathbf{u}_t \in \mathbb{R}^m$ menyatakan variabel kontrol (input) dan $\mathbb{Z}_+$ menyatakan himpunan bilangan bulat non negatif. Sistem (1.1) sering disebut sebagai sistem deskriptor diskrit linier [4]. Sistem (1.1) dikatakan regular jika $rank(E) < n$ dan $det(\lambda E - A) \neq 0$ untuk suatu $\lambda \in \mathbb{C}$ [4].

Pada dekade terakhir ini, kepositifan solusi dari sistem (1.1) menjadi sorotan berbagai peneliti. Sistem (1.1) dengan $ind(E) = q$ dikatakan positif jika untuk setiap $t \in \mathbb{Z}_+$ dan untuk setiap fungsi input $\mathbf{u}_t \in \mathbb{R}^m_+$, berlaku $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^n_+$. Kriteria tentang kepositifan sistem (1.1) telah dikaji oleh Virnik pada tahun 2008 [4].

Disamping itu, kajian tentang kestabilan sistem (1.1) merupakan topik klasik yang telah dikaji oleh berbagai peneliti. Literatur [6] memuat kajian tentang kestabilan sistem (1.1) tanpa batasan kepositifan. Sistem (1.1) dikatakan stabil jika $\rho_f(E, A) < 1$, dimana $\rho_f(E, A)$ adalah radius spectral dari pasangan matriks (E, A)[6].

Tahun 2008, Virnik [4] mengajukan kriteria untuk kestabilan sistem (1.1) dengan asumsi bahwa sistem (1.1) adalah positif. Tetapi, kriteria Virnik tidak mencakup fenomena berikut, "Jika diberikan sistem (1.1) yang regular, positif, dan tidak stabil, bagaimanakah kriteria agar sistem tersebut dapat distabilkan (*stabilizable*)?"

Sistem (1.1) dikatakan dapat distabilkan jika terdapat kontrol *feed-*

back $\mathbf{u}_t = K\mathbf{x}_t$ untuk suatu $K \in \mathbb{R}^{m\times n}$ sedemikian sehingga sistem

$$E\mathbf{x}_{t+1} = (A + BK)\mathbf{x}_t,\ \mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n_+, \tag{1.2}$$

adalah stabil [4]. Dalam hal ini, vektor $\mathbf{u}_t \in \mathbb{R}^m$ dikatakan kontrol yang menstabilkan sistem (1.1). Pada tesis ini akan dikaji syarat agar terdapat matriks $K \in \mathbb{R}^{m\times n}$ sedemikian sehingga sistem (1.2) adalah stabil, positif, dan regular. Tahun 2013, Y. Sari[12] telah membicarakan syarat agar terdapat $K \in \mathbb{R}^{m\times n}$ sedemikian sehingga sistem (1.2) adalah stabil, positif, dan regular untuk kasus sistem deskriptor positif linier kontinu. Pada tesis ini akan dikaji syarat agar terdapat $K \in \mathbb{R}^{m\times n}$ sedemikian sehingga sistem (1.2) adalah stabil, positif, dan regular untuk kasus sistem deskriptor diskrit positif linier.

1.2 Rumusan Masalah

Perhatikan sistem deskriptor positif linier diskrit regular dan tidak stabil seperti yang diberikan dalam (1.1). Masalah yang akan dikaji adalah bagaimanakah syarat agar terdapat suatu matriks $K \in \mathbb{R}^{m\times n}$ sedemikian sehingga kontrol *feedback* $\mathbf{u}_t = K\mathbf{x}_t$ menstabilkan sistem (1.1) dan sistem (1.2) menjadi regular dan positif.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan utama dari penelitian ini adalah untuk mengkaji kriteria stabilisasi sistem deskriptor positif linier diskrit regular.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian pada tesis ini diharapkan dapat memperkaya kajian tentang stabilisasi sistem deskriptor positif linier diskrit. Diharapkan penelitian ini juga dapat menambah wawasan bagi penulis maupun pembaca.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam tesis ini adalah dengan membaginya menjadi empat Bab. Bab I menjelaskan tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, dan manfaat penelitian. Bab II berisi tentang Teori Matriks, Solusi Sistem Deskriptor Diskrit Positif, Kestabilan Deskriptor Diskrit Linier Positif. Selanjutnya, Bab III memuat tentang Stabilisasi Sistem Deskriptor Diskrit Linier Positif. Terakhir, Bab IV berisi kesimpulan dan saran-saran.