BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Diberikan sistem kontrol linier sebagai berikut:

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u}\ ,\ \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \tag{1.1.1}$$

dimana $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n\times m}$, dan $t \geq 0$, dengan $\mathbb{R}^{n\times n}$ menyatakan himpunan matriks dengan $n \times n$ komponen, $\mathbb{R}^{n\times m}$ menyatakan himpunan matriks dengan $n \times m$ komponen dan $t \geq 0$ menyatakan waktu. Dalam sistem (1.1.1), $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ menyatakan vektor keadaan (*state*), $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ menyatakan vektor kontrol (*input*). Jika matriks A dan B bergantung terhadap waktu, maka sistem (1.1.1) disebut sistem kontrol linier *time varying*. Sebaliknya, jika matriks A dan B tidak bergantung terhadap waktu, maka sistem (1.1.1) disebut sistem kontrol linier *time invariant*.

Sistem (1.1.1) dikatakan positif jika untuk setiap $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m_+$ dan untuk setiap $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n_+$ dan $t \geq 0$, maka $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n_+$. Untuk selanjutnya, dinyatakan $\mathbb{R}^n_+$ sebagai himpunan vektor riil dengan n komponen dimana setiap komponennya adalah nonnegatif, $\mathbb{R}^n_-$ sebagai himpunan vektor riil dengan n komponen dimana setiap komponennya adalah negatif, dan $int(\mathbb{R}^n_+)$ sebagai himpunan vektor riil dengan n komponen dimana setiap komponennya adalah positif. Dalam

[4] dinyatakan bahwa sistem (1.1.1) adalah positif jika dan hanya jika A adalah suatu matriks Metzler, yaitu $a_{ij} \geq 0$ untuk setiap $i \neq j$, $i, j = 1, 2, ..., n$, dan $B \in \mathbb{R}_+^{n\times m}$.

Salah satu kajian dalam sistem kontrol adalah mengenai kestabilan sistem tersebut. Sistem (1.1.1) dikatakan stabil jika $t \to \infty$ mengakibatkan $\mathbf{x}(t) \to 0$. Salah satu kriteria untuk menentukan kestabilan sistem (1.1.1) adalah kriteria nilai eigen. Sistem (1.1.1) adalah stabil jika bagian riil dari semua nilai eigen matriks A adalah negatif. Dengan demikian, sistem (1.1.1) adalah positif dan stabil jika A adalah Metzler, $B \in \mathbb{R}_+^{n\times m}$ dan bagian riil dari semua nilai eigen matriks A adalah negatif. Dalam literatur [3], matriks $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ dikatakan stabil jika bagian riil dari semua nilai eigen matriks A adalah negatif. Jadi istilah kestabilan siatem (1.1.1) ekivalen dengan kestabilan matriks A. Sebaliknya jika ada bagian riil matriks A yang nonnegatif maka sistem (1.1.1) adalah tidak stabil. Tidak semua sistem kontrol linier bersifat stabil, akan tetapi sistem yang tidak stabil ini masih memungkinkan untuk distabilkan.

Sistem (1.1.1) yang tidak stabil dikatakan dapat distabilkan jika terdapat kontrol $\mathbf{u} = -K_s\mathbf{x}$ untuk suatu $K_s \in \mathbb{R}^{m\times n}$ sedemikian sehingga sistem

$$\dot{\mathbf{x}} = (A - BK_s)\mathbf{x} \tag{1.1.2}$$

adalah stabil, artinya matriks K_s dipilih sedemikian sehingga bagian riil dari semua nilai eigen matriks $A - BK_s$ adalah negatif. Matriks K_s disebut matriks *feedback* dan vektor $\mathbf{u}$ dikatakan kontrol yang menstabilkan sistem (1.1.1).

Berdasarkan uraian di atas, maka dalam penelitian ini akan dikaji bagaimana syarat yang menjamin eksistensi matriks K_s sedemikian sehingga sistem (1.1.2) adalah stabil dan positif.

1.2 Perumusan Masalah

Diberikan sistem linier (1.1.1) yang tidak stabil dan asumsikan bahwa sistem tersebut adalah positif. Bagaimana syarat untuk matriks $K_s \in \mathbb{R}^{m \times n}$ sedemikian sehingga sistem $\dot{\mathbf{x}} = (A - BK_s)\mathbf{x}$ adalah stabil dan positif. Kajian tentang hal ini mengeksplor kembali studi pada referensi [3].

1.3 Pembatasan Masalah

Batasan masalah penelitian ini adalah menstabilkan sistem linier positif dengan menggunakan *state feedback*, dimana sistem linier positif tidak bergantung terhadap waktu. Dalam tulisan ini, kajian hanya dibatasi pada sistem positif dengan input tunggal, yaitu $m = 1$.

1.4 Tujuan

Penulisan skripsi ini bertujuan untuk menentukan syarat untuk matriks $K_s \in \mathbb{R}^{m \times n}$ sedemikian sehingga sistem $\dot{\mathbf{x}} = (A - BK_s)\mathbf{x}$ adalah stabil dan positif.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan skripsi ini terdiri dari empat bab : Bab I berisikan latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan dan sistematika penulisan. Bab II merupakan landasan teori yang akan menjelaskan teori-teori dasar yang berkaitan dengan teori matriks dan sistem linier positif. Bab III berisikan pembahasan mengenai permasalahan yang dibahas beserta hasilnya. Selanjutnya Bab IV berisi kesimpulan dari penelitian dan saran bagi penelitian selanjutnya.