BAB IV

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan pada BAB III diperoleh algoritma untuk menghitung determinan dan invers dari matriks Toeplitz pentadiagonal, yaitu

Algoritma 1 : Menghitung determinan dari matriks Toeplitz pentadiagonal

1. Diberikan matriks Toeplitz pentadiagonal non-singular T berukuran $n \times n$, yaitu

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & 0 & \cdots & 0 \\ d & a & b & c & \ddots & \vdots \\ e & d & a & b & \ddots & 0 \\ 0 & e & d & a & \ddots & c \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & b \\ 0 & \cdots & 0 & e & d & a \end{bmatrix},$$

   untuk $a, b, c, d, e \neq 0$.

2. Bentuk matriks segitiga bawah L berukuran $(n+2) \times (n+2)$ dengan partisi sebagai

$$\begin{bmatrix} R & \mathbf{0} \\ T & U \end{bmatrix} \tag{4.0.1}$$

dimana R, $\mathbf{0}$, T, U merupakan matriks yang masing-masing berukuran $2 \times n$, 2×2, $n \times n$, $n \times 2$.

3. Tentukan kolom pertama dari matriks L^{-1} dengan menyelesaikan persamaan $LX = e_1$ menggunakan rumus umum perulangan ε_i, yaitu

$$\varepsilon_i = -\frac{1}{c}\sum_{j=1}^{i-1} l_{i-j}\varepsilon_j \ \text{, untuk} \quad i = 2, 3, \cdots, n \tag{4.0.2}$$

dengan $\varepsilon_1 = \frac{1}{c}$, $l_0 = c$, $l_1 = b$, $l_2 = a$, $l_3 = d$, $l_4 = e$, dan $l_k = 0, \text{untuk} \ \ k$ lainnya.

4. Bentuk partisi matriks L^{-1} sebagai

$$\begin{bmatrix} M & Z \\ C & B \end{bmatrix} \tag{4.0.3}$$

dimana M, Z, C, dan B adalah matriks masing-masing berukuran $n \times 2$, $n \times n$, 2×2, $2 \times n$.

5. Tentukan matriks C.

6. Hitung $det(L) = c^{n+2}$ dan $det(C)$.

7. Hitung $det(T) = det(L)det(C)$.

Algoritma 2 : Menghitung invers dari matriks Toeplitz pentadiagonal

1. Diberikan matriks Toeplitz pentadiagonal non-singular T berukuran $n \times n$, yaitu

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & 0 & \cdots & 0 \\ d & a & b & c & \ddots & \vdots \\ e & d & a & b & \ddots & 0 \\ 0 & e & d & a & \ddots & c \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & b \\ 0 & \cdots & 0 & e & d & a \end{bmatrix},$$

untuk $a, b, c, d, e \neq 0$.

2. Bentuk matriks segitiga bawah L berukuran $(n+2) \times (n+2)$ dengan partisi sebagai

$$\begin{bmatrix} R & \mathbf{0} \\ T & U \end{bmatrix} \tag{4.0.4}$$

dimana R, $\mathbf{0}$, T, U merupakan matriks yang masing-masing berukuran $2 \times n$, 2×2, $n \times n$, $n \times 2$.

3. Tentukan kolom pertama dari matriks L^{-1} dengan menyelesaikan persamaan $LX = e_1$ menggunakan rumus umum perulangan ε_i, yaitu

$$\varepsilon_i = -\frac{1}{c}\sum_{j=1}^{i-1} l_{i-j}\varepsilon_j \text{ ,untuk } \quad i = 2, 3, \cdots, n \tag{4.0.5}$$

dengan $\varepsilon_1 = \dfrac{1}{c}$, $l_0 = c$, $l_1 = b$, $l_2 = a$, $l_3 = d$, $l_4 = e$, dan $l_k = 0, \text{untuk } \ k$ lainnya.

4. Bentuk partisi matriks L^{-1} sebagai

$$\begin{bmatrix} M & Z \\ C & B \end{bmatrix} \tag{4.0.6}$$

dimana M, Z, C, dan B adalah matriks masing-masing berukuran $n \times 2$, $n \times n$, 2×2, $2 \times n$.

5. Tentukan matriks $M, C, B,$dan Z.

6. Hitung $T_1 = -MC^{-1}B$ atau menggunakan rumus hubungan perulangan T_1, yaitu

$$t_{ij} = \frac{1}{\varepsilon_n \varepsilon_{n+2} - \varepsilon_{n+1}^2} \left[\varepsilon_i (\varepsilon_{n+1} \varepsilon_{n-j} - \varepsilon_n \varepsilon_{n+1-j}) + \varepsilon_{i-1} (-\varepsilon_{n+2} \varepsilon_{n-j} + \varepsilon_{n+1} \varepsilon_{n+1-j}) \right]. \tag{4.0.7}$$

7. Hitung $T^{-1} = T_1 + Z$.