

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Titik tetap adalah titik yang dipetakan ke diri sendiri oleh suatu pemetaan tertentu. Keberadaan titik tetap dari fungsi yang memenuhi syarat kontraksi telah dipelajari secara meluas sejak zaman Stefan Banach [2]. Penerapannya telah umum diketahui dalam berbagai bidang kajian seperti persamaan diferensial, persamaan integral, dan lain-lain sebagainya. Keberadaan titik tetap dari fungsi pada berbagai ruang metrik, yakni himpunan yang dipasangkan dengan fungsi jarak, sudah banyak dibahas oleh para peneliti [8], namun kajian yang membahas keberadaan lingkaran tetap masih sedikit dan relatif baru. Yang dimaksud lingkaran tetap adalah himpunan titik-titik tetap yang membentuk lingkaran [6].

Ada beberapa pemetaan yang memiliki lingkaran tetap pada ruang metrik. Sebagai contoh, pemetaan $Tz = 1/\bar{z}$, untuk \bar{z} merupakan sekawan z , menjadikan lingkaran satuan $C(0, 1) = \{x \in \mathbb{C} \mid d(0, x) = 1\}$ sebagai lingkaran tetap. Pemetaan T didefinisikan pada ruang metrik (\mathbb{C}, d) , yakni pasangan himpunan bilangan kompleks \mathbb{C} dengan metrik fungsi modulus $d(z, w) = |z - w|$, ke dirinya sendiri. Dari segi terapan, karena pemetaan $Tz = 1/\bar{z}$ itu memiliki tak hingga banyaknya titik tetap dan nilainya terbatas, maka pemetaan ini diajuk-

an oleh Özdemir dkk dalam [7] untuk menjadi suatu tipe fungsi aktivasi (yakni fungsi yang akan menentukan keaktifan neuron-neuron dalam) jaringan saraf tiruan bernilai kompleks. Dalam [7] juga disebutkan bahwa fungsi $Tz = z/|z|$ juga telah terpakai sebagai fungsi aktivasi. Dalam artikel itu juga disebutkan bahwa keterbatasan fungsi amat penting bagi suatu jaringan saraf tiruan, dan tak hingganya titik tetap fungsi tersebut berguna untuk meningkatkan banyaknya informasi yang tersimpan dalam jaringan itu. Melihat kegunaan dari pemetaan berlingkaran tetap ini, dapat dilihat bahwa pengertian lingkaran tetap ini akan menjadi bahan kajian yang menarik untuk ditelaah lebih lanjut.

Terdorong oleh hal-hal di atas, maka dalam tugas akhir ini akan dibahas kembali beberapa teorema tentang keberadaan dan ketunggalan lingkaran tetap. Teorema yang dibahas semuanya merujuk artikel Özgür dalam [6], namun dalam tugas ini akan diberikan pembuktian yang berbeda.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang masalah di atas, masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana keberadaan dan ketunggalan lingkaran tetap pada ruang metrik?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah menunjukkan keberadaan dan ketunggalan lingkaran tetap pada ruang metrik.

1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut: BAB I Pendahuluan, memberikan gambaran singkat tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan. BAB II Landasan Teori, yang akan di jadikan acuan dasar dalam penulisan tugas akhir tugas akhir. BAB III memuat hasil dari penelitian yaitu teorema titik tetap untuk pemetaan dari ruang metrik ke diri sendiri, dan syarat ketunggalan untuk teorema-teorema tersebut. Bab IV Penutup berisi kesimpulan dan saran.

