BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pandang persamaan

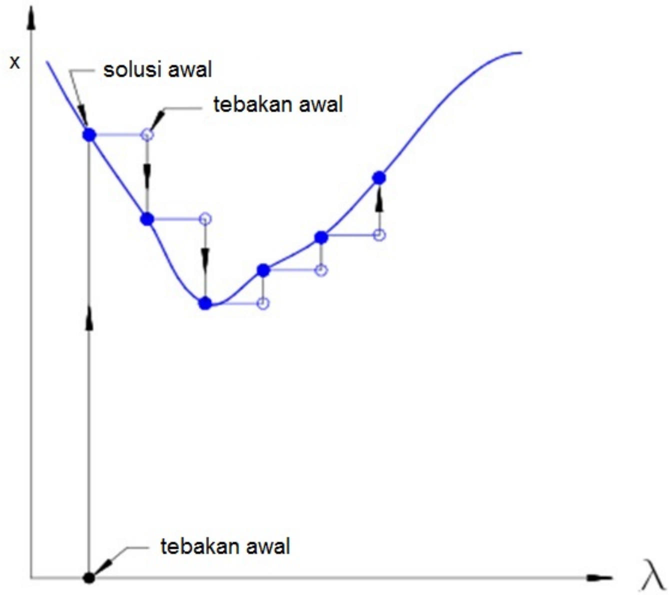
$$f(x) = 0, \tag{1.1.1}$$

dimana $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ adalah fungsi kontinu dan terdiferensialkan, sedangkan $x \in \mathbb{R}$ merupakan solusi yang ingin dicari. Persamaan (**??**) bisa memiliki nol, satu atau beberapa solusi. Untuk menentukan solusi tersebut secara numerik, dapat dilakukan dengan beberapa metode, salah satunya adalah metode Newton-Raphson yang memiliki laju kekonvergenan yang lebih cepat daripada metode-metode lainnya [3].

Selanjutnya pandang persamaan

$$f(x, \lambda) = 0, \tag{1.1.2}$$

dimana λ adalah suatu parameter yang bernilai riil. Persamaan (**??**) disebut juga persamaan terparameterisasi. Metode perhitungan numerik untuk memperoleh kurva solusi dari persamaan (**??**) dapat juga dilakukan dengan menggunakan metode Newton-Raphson, dimana solusi $x = x_i$ di $\lambda = \lambda_i$ digunakan sebagai tebakan awal untuk mencari solusi $x = x_{i+1}$ di $\lambda = \lambda_{i+1} = \lambda_i + \Delta\lambda$, dengan i menyatakan indeks iterasi dari titik-titik solusi. Ilustrasi dari metode ini dapat dilihat pada Gambar 1.1.1.



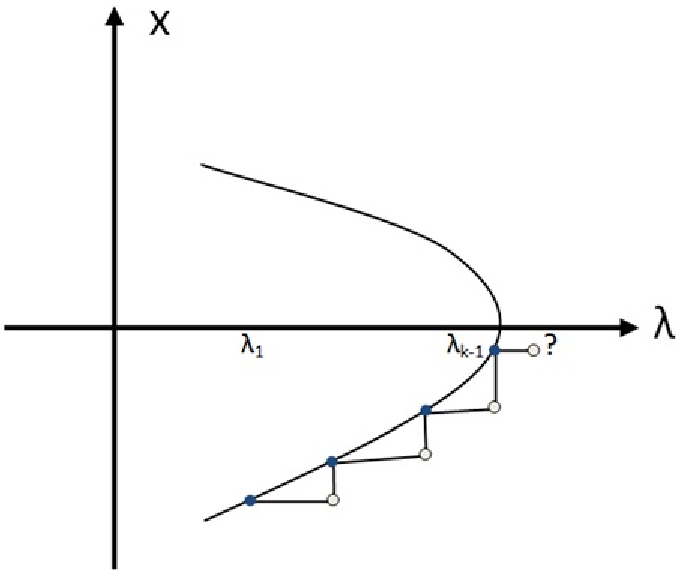
Gambar 1.1.1: Ilustrasi metode Newton-Raphson dalam memperoleh kurva solusi

Meskipun demikian, metode ini tidak dapat menentukan nilai solusi (x, λ) pada persamaan nonlinier yang kurva solusinya memiliki titik balik dalam x. Sebagai contoh, persamaan

$$f(x, \lambda) = x^2 - 1 + \lambda = 0 \qquad (1.1.3)$$

mempunyai kurva solusi seperti yang ditunjukkan pada Gambar 1.1.2. Jika solusi dimulai dari titik (x_0, λ_0), maka pada saat $\lambda_k = \lambda_{k-1} + \Delta\lambda$, persamaan (**??**) tidak mempunyai solusi untuk x. Akibatnya iterasi tidak dapat dilanjutkan sehingga kurva solusi yang melewati titik balik gagal diperoleh.

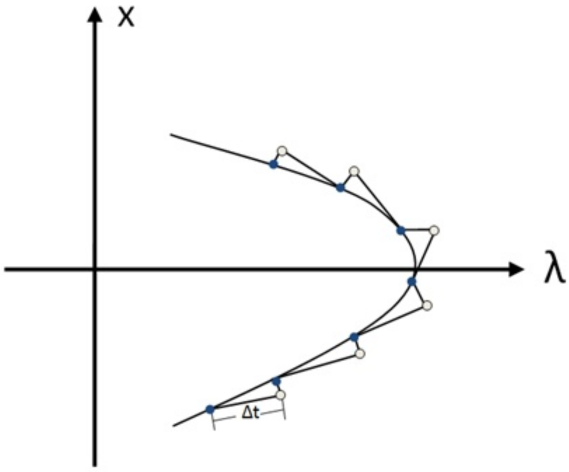
Salah satu metode alternatif untuk mengatasi hal tersebut adalah dengan menggunakan metode *pseudo arc-length*. Metode ini dikembangkan pertama kali oleh Edward Riks dan Gerald Wempner pada akhir tahun 1960an dan dipopulerkan oleh H.B. Keller pada akhir tahun 1970an [5].



Gambar 1.1.2: Ilustrasi metode Newton-Raphson yang gagal dalam memperoleh kurva solusi yang melewati titik balik

Pada metode ini, x dan λ keduanya diparameterisasi dalam variabel baru, misalkan s, kemudian $x(s)$ dan $\lambda(s)$ diselesaikan secara simultan untuk setiap s. Karena hanya ada satu persamaan, yaitu (??), maka perlu ada satu persamaan tambahan agar solusi x dan λ dapat diperoleh. Pada metode *pseudo arc-length*, persamaan tambahan tersebut adalah persamaan garis yang tegak lurus terhadap vektor singgung kurva (lihat Gambar 1.1.3). Dengan demikian titik-titik solusi dapat diperoleh meskipun setelah melewati titik balik.

Dalam tugas akhir ini akan dibahas metode *pseudo arc-length* pada penyelesaian sistem n persamaan nonlinier terparameterisasi, dengan mengeksplorasi kembali pembahasan pada referensi [4].



Gambar 1.1.3: Ilustrasi kurva metode *pseudo arc-length*

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka yang menjadi permasalahan dalam tugas akhir ini adalah bagaimana penurunan metode *pseudo arc-length* pada penyelesaian sistem n persamaan nonlinier terparameterisasi serta implementasinya pada pemrograman Matlab.

1.3 Pembatasan Masalah

Pembahasan metode *pseudo arc-length* pada tugas akhir ini dibatasi hanya untuk kasus satu parameter.

1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan penulisan tugas akhir ini adalah :

1. Menjelaskan penurunan dan langkah-langkah metode *pseudo arc-length* pada penyelesaian sistem n persamaan nonlinier terparameterisasi .

2. Membuat pemrograman numerik dari metode ini dengan menggunakan aplikasi Matlab dan menerapkannya pada satu contoh kasus.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan tugas akhir ini terdiri dari lima bab. Bab I berisi latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan. Bab II merupakan landasan teori yang menjelaskan teori-teori dasar yang berkaitan dengan penurunan metode pseudo arc-length. Kemudian pada Bab III dibahas penurunan dan langkah-langkah metode *pseudo arc-length*. Implementasi metode ini pada pemrograman Matlab untuk satu contoh kasus dijelaskan selanjutnya pada Bab IV. Terakhir, Bab V berisi ke-simpulan dan saran.