

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Salah satu kajian menarik yang muncul dalam teori persamaan diferensial adalah konsep tentang *Lax pair*. Pada tahun 1968 [10], Peter Lax mempublikasikan konsep tentang *Lax pair*, dimana *Lax pair* merupakan pasangan dua operator diferensial yang jika disubstitusikan ke suatu persamaan (dinamakan persamaan *Lax*) akan menghasilkan suatu persamaan diferensial tertentu. Jika suatu persamaan diferensial memiliki *Lax pair*, maka hal itu mengindikasikan bahwa persamaan diferensial tersebut bersifat *integrable* (dapat diselesaikan secara eksak). Sejak saat itu *Lax pair* menjadi objek penting dalam analisis suatu sistem *integrable*.

Lax pair terdiri dari operator L , yang bergantung pada x, u_x, u_{xx}, \dots , dan operator M yang bersama-sama merepresentasikan suatu persamaan diferensial parsial $F(x, t, u, u_x, u_t, \dots) = 0$ ketika disubstitusikan ke persamaan $L_t = [M, L]$ (disebut persamaan *Lax*). Di sini notasi $[M, L]$ didefinisikan sebagai $[M, L] = (ML - LM)$ dan disebut sebagai komutator (*commutator*) dari operator M dan L . Operator M dan L dapat berupa operator skalar atau matriks.

Untuk menghindari keharusan dalam menggunakan operator-operator

Lax dengan orde yang lebih tinggi, pada tahun 1974, Ablowitz, Kaup, Newell, dan Segur [1] memformulasi suatu matriks untuk $Lax\ pair$. Metode ini dikenal dengan metode $AKNS$.

Proses menemukan M dan L yang bersesuaian dengan persamaan diferensial yang diberikan, secara umum bersifat tak trivial. Oleh karena itu, jika terlebih dahulu menetapkan L dan M , dan kemudian menentukan persamaan diferensial parsial yang mana yang bersesuaian, terkadang dapat memberikan hasil yang baik. Namun hal ini memerlukan banyak percobaan (*trial*), dan tentu saja bisa tidak mengarah ke solusi yang dikehendaki. Karena eksistensi dari $Lax\ pair$ menandakan bahwa persamaan diferensial parsial yang bersesuaian bersifat *integrable*, maka menemukan $Lax\ pair$ adalah suatu cara untuk menemukan persamaan diferensial parsial baru yang *integrable* [10].

1.2 Perumusan Masalah

Perumusan masalah pada tulisan tugas akhir ini adalah bagaimana konsep $Lax\ pair$ secara umum dan analisis beberapa sifat terkait yang muncul, kemudian menerapkannya secara khusus pada persamaan Korteweg-de Vries. Kajian tentang masalah ini mengeksplorasi kembali studi pada referensi [7] dan [8].

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam tugas akhir ini, penerapan $Lax\ pair$ pada persamaan Korteweg-de Vries hanya dibatasi pada kasus orde lima.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penulisan tugas akhir ini adalah menjelaskan tentang *Lax pair* secara umum dan beberapa sifat terkait, serta menjelaskan penerapannya pada persamaan Korteweg-de Vries orde lima.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan tugas akhir ini terdiri dari lima bab. Bab I berisi latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan. Bab II berisi penjelasan teori-teori dasar. Bab III membahas tentang analisis *Lax pair*. Bab IV menjelaskan tentang penerapan *Lax pair* pada persamaan Korteweg-de Vries orde lima. Terakhir, Bab V berisi kesimpulan dan saran.

