

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Banyak fenomena alam dalam kehidupan sehari-hari yang bersifat dinamis atau selalu berubah, seperti mekanika kuantum, getaran dawai, gelombang laut, dan lain-lain. Secara matematis, fenomena-fenomena tersebut dapat dimodelkan ke dalam persamaan diferensial.

Tidak semua persamaan diferensial dapat dihitung secara analitik, sehingga untuk menyelesaikan persamaan diferensial tersebut perlu dilakukan secara numerik. Hal penting yang perlu diperhatikan dalam penyelesaian suatu persamaan diferensial secara numerik adalah bagaimana mengkonstruksi suatu metode yang dapat mengaproksimasi turunan suatu fungsi dengan tingkat keakuratan yang tinggi tanpa beban komputasi yang berat.

Metode konvensional yang paling sering digunakan untuk mengaproksimasi turunan suatu fungsi adalah metode beda hingga (*finite difference method*). Pada metode ini domain suatu fungsi dipartisi menjadi sejumlah titik dan rumus aproksimasi untuk turunan diperoleh dari ekspansi deret Taylor pada satu atau lebih titik partisi [4]. Secara umum, metode ini relatif mudah untuk diterapkan pada semua aplikasi program komputasi. Galat yang dihasilkan dari metode ini juga dapat dibuat sesuai keinginan. Namun ke-

lemahan dari metode ini adalah semakin kecil galat yang diinginkan, maka semakin banyak pula titik partisi yang dibutuhkan. Akibatnya, beban komputasi juga akan semakin berat.

Untuk mengatasi kelemahan yang dimiliki oleh metode beda hingga ini, dikembangkanlah suatu metode alternatif yang dinamakan metode pseudo-spektral. Metode ini dapat mengaproksimasi turunan suatu fungsi dimana jumlah titik partisi yang digunakan lebih sedikit, yaitu mengurangi beban komputasi, tetapi galat yang diperoleh jauh lebih kecil dibandingkan dengan metode beda hingga. Metode ini diinisiasi oleh Orszag dkk sejak tahun 1970an ketika menyelesaikan masalah dinamika fluida dan meteorologi [5].

Pada awalnya metode ini dikonstruksi untuk turunan fungsi periodik dengan menggunakan interpolasi deret Fourier di titik-titik partisi yang berjarak sama (lihat referensi [3] untuk melihat penurunannya lebih detail). Selanjutnya untuk turunan fungsi nonperiodik, metode ini dikonstruksi dengan menggunakan interpolasi polinomial di titik-titik partisi yang berjarak sama. Namun secara umum cara ini menimbulkan masalah dalam kekonvergenannya, karena fungsi interpolasi yang dihasilkan berosilasi di sekitar titik-titik ujung interval. Fenomena ini kemudian dikenal sebagai fenomena Runge [5]. Untuk mengatasi hal ini, dikembangkanlah suatu interpolasi polinomial dengan titik-titik partisi yang berjarak tidak sama. Interpolasi polinomial seperti ini dikenal sebagai interpolasi polinomial Chebyshev dan metode pseudospektral yang dikonstruksi dari interpolasi ini disebut metode pseudospektral Chebyshev.

1.2 Perumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas dalam tugas akhir ini adalah bagaimana mengkonstruksi metode pseudospektral Chebyshev dan membandingkannya dengan metode beda hingga dalam mengaproksimasi turunan suatu fungsi.

1.3 Pembatasan Masalah

Pembahasan pada tugas akhir ini dibatasi untuk fungsi nonperiodik satu variabel yang terdiferensialkan pada domain $[-1, 1]$.

1.4 Tujuan Penulisan

Adapun tujuan penulisan tugas akhir ini adalah:

1. Menjelaskan proses konstruksi metode pseudospektral Chebyshev.
2. Membandingkan hasil aproksimasi turunan fungsi yang diperoleh antara metode pseudospektral Chebyshev dan metode beda hingga.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan pada tugas akhir ini terdiri atas lima Bab. Pada Bab I dijelaskan latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan, serta sistematika penulisan. Pada Bab II, hal-hal yang mendasari pembahasan berupa definisi dan teorema terkait dijelaskan secara ringkas. Kemudian pada Bab III dijelaskan langkah-langkah dalam mengkonstruksi

matriks diferensiasi dari metode pseudospektral Chebyshev. Selanjutnya, implementasi numerik aproksimasi turunan fungsi menggunakan metode pseudospektral Chebyshev dan metode beda hingga, serta perbandingan hasilnya yang dibahas pada Bab IV. Terakhir, kesimpulan dan saran penulis cantumkan pada Bab V.

