

BAB I

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Persamaan diferensial merupakan suatu persamaan matematika yang memuat fungsi dan turunannya. Pada persamaan diferensial terdapat klasifikasi yaitu persamaan diferensial linier dan persamaan diferensial non-linier. Persamaan diferensial dikatakan linier jika variabel-variabel tak-bebasnya muncul dalam bentuk linier. Jika tidak demikian, maka persamaan diferensial tersebut dikatakan non-linier. Turunan tertinggi yang muncul pada persamaan diferensial disebut orde dari persamaan diferensial tersebut.

Suatu persamaan diferensial linier dan non-linier dapat diubah menjadi bentuk yang paling sederhana sedemikian sehingga solusinya dapat ditentukan dengan mudah. Persamaan dengan bentuk yang paling sederhana ini dinamakan bentuk normal (*normal form*) dari persamaan diferensial tersebut, sedangkan metode yang digunakan untuk menyederhanakan persamaan tersebut dinamakan metode bentuk normal [6]. Pada metode bentuk normal ini, suatu transformasi koordinat dikonstruksi secara sistematis untuk mendapatkan bentuk normal dari persamaan diferensial.

Dalam tugas akhir ini akan dibahas persamaan diferensial non-linier. Salah satu contoh dari persamaan diferensial non-linier adalah persamaan Duf-

fing yang diberikan oleh [6]

$$\ddot{u} + \omega^2 u = \alpha u^3, \quad (1.1.1)$$

dimana $u(t)$ merepresentasikan perpindahan benda pada waktu t , ω menyatakan tingkat kekakuan (*stiffness*) benda, dan α merupakan koefisien suku nonlinier yang bernilai kecil (disebut parameter perturbasi). Persamaan Duffing merupakan persamaan diferensial non-linier orde dua yang menggambarkan osilator dengan ketaklinieran berpangkat tiga. Persamaan Duffing digunakan oleh banyak peneliti sebagai suatu pendekatan model dalam banyak sistem fisik. Salah satu aplikasi dari persamaan Duffing tersebut adalah pada *weak signal detection* [7]. Persamaan Duffing diperkenalkan oleh seorang insinyur Jerman yang bernama George Duffing pada tahun 1918 [5].

Persamaan Duffing ini menjadi sangat menarik untuk dikupas lebih dalam karena persamaan tersebut memiliki solusi periodik, yaitu solusi yang merepresentasikan suatu fenomena yang terjadi secara berulang.

Perumusan Masalah

Permasalahan yang akan dikaji dalam tugas akhir ini adalah bagaimana mengkonstruksi metode bentuk normal dan menerapkannya pada penyelesaian persamaan Duffing. Pembahasan pada tugas akhir ini mengeksplorasi kembali kajian pada referensi [6] dengan menambahkan pembahasan tentang perbandingan solusinya secara numerik.

Pembatasan Masalah

Dalam penelitian tugas akhir ini, penjelasan tentang konstruksi metode bentuk normal dibatasi hanya pada persamaan diferensial biasa orde dua.

Tujuan Penelitian

Penelitian ini memiliki tujuan sebagai berikut:

1. Menentukan solusi dari persamaan Duffing dengan menggunakan metode bentuk normal.
2. Membandingkan solusi yang diperoleh dari metode bentuk normal dengan solusi numerik.

Sistematika Penulisan

Penulisan pada tugas akhir ini terdiri atas lima bab. Bab I berisi latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Bab II menjelaskan teori-teori dasar yang terkait. Bab III membahas metode bentuk normal secara umum. Selanjutnya, Bab IV membahas penyelesaian dari persamaan Duffing dengan menggunakan metode bentuk normal dan membandingkannya dengan solusi numerik. Terakhir, Bab V memuat kesimpulan dan saran.