

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Teori mengenai sistem dinamik pertama kali diperkenalkan oleh Isaac Newton, sekitar abad XVII, untuk memperagakan sistem tata surya bersamaan dengan teori gravitasi universalnya. Teori ini kemudian dikembangkan oleh Henri Poincare dalam tinjauan matematis, sehingga beliau juga dikenal sebagai Bapak Sistem Dinamik [2].

Pada umumnya sistem dinamik yang ditemukan dalam aplikasi matematika tidak hanya bergantung pada variabel, tetapi juga bergantung pada parameter. Biasanya parameter tersebut mempengaruhi perilaku dari sistem. Sebagai contoh, pada model pertumbuhan populasi suatu spesies, tingkat kelahiran dan kematian dari spesies tersebut adalah parameter yang pada hakekatnya berdampak terhadap perilaku solusi dari model tersebut.

Jika perilaku dari sistem secara kualitatif berbeda pada nilai parameter yang berbeda, maka sistem tersebut dikatakan mengalami gejala bifurkasi. Apabila perubahan perilaku dinamik dari sistem terjadi di sekitar titik ekuilibriumnya, maka bifurkasi tersebut dinamakan bifurkasi lokal. Bifurkasi lokal terdiri dari bifurkasi fold, yang ditandai dengan munculnya nilai eigen nol pada pelinieran sistem, dan bifurkasi Andronof Hopf atau sering disingkat bifurkasi Hopf, yang ditandai dengan munculnya nilai eigen imajiner murni pada pelinieran sistem.

Bifurkasi Hopf dikembangkan pertama kali oleh Eberhard Hopf. Bi-

furkasi Hopf digunakan untuk menentukan eksistensi solusi periodik (*limit cycle*) dari suatu sistem. Bifurkas Hopf hanya dapat terjadi pada sistem dinamik yang berdimensi dua atau lebih [7]. *Limit cycle* sendiri memiliki peranan penting dalam masalah-masalah fisis, karena merepresentasikan fenomena yang terjadi secara berulang, seperti osilasi detak jantung, ayunan bandul, arus listrik, dan lain-lain.

Pada skripsi ini akan dikaji tentang bentuk normal bifurkasi Hopf, yaitu bentuk yang paling sederhana dari sistem yang mengalami bifurkasi Hopf. Sebarang sistem dua dimensi yang mengalami bifurkasi Hopf dapat ditransformasi ke bentuk normal tersebut.

## 1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang, yang menjadi permasalahan dalam penelitian ini adalah bagaimana menurunkan bentuk normal bifurkasi Hopf pada sistem umum dua dimensi beserta contoh penerapannya. Pembahasan pada skripsi ini mengeksplorasi kembali referensi [7].

## 1.3 Pembatasan Masalah

Penelitian ini dibatasi hanya pada kasus sistem riil dua dimensi dengan satu parameter.

## 1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Menjelaskan bentuk normal bifurkasi Hopf pada sistem dua dimensi.

2. Menunjukkan bahwa sebarang sistem umum dua dimensi yang mengalami bifurkasi Hopf dapat ditransformasi ke bentuk normalnya.
3. Menjelaskan contoh penerapan perhitungan bentuk normal bifurkasi Hopf.

## 1.5 Sistematika Penulisan

Tulisan ini dibagi atas lima bab. Pada Bab I dibahas latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan. Konsep dasar beserta materi penunjang sebagai landasan teori diberikan pada Bab II. Hal yang dibahas pada Bab III adalah bentuk normal bifurkasi Hopf. Selanjutnya pada Bab IV dibahas bifurkasi Hopf pada sistem umum dua dimensi beserta contoh penerapannya. Hasil-hasil yang diperoleh kemudian disimpulkan pada Bab V.

