BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

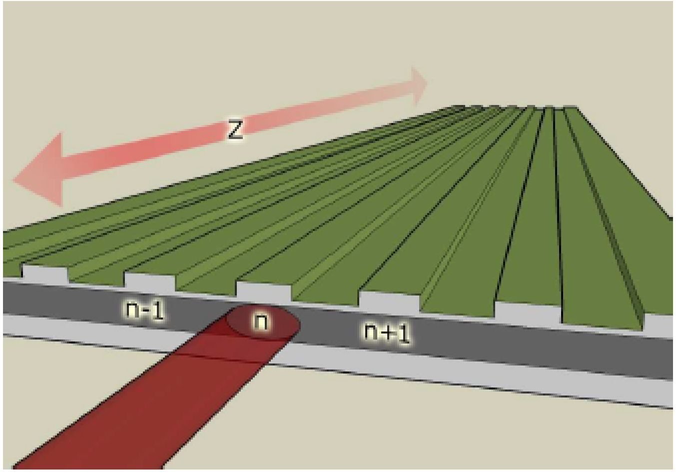
Persamaan Schrödinger nonlinier diskrit (SNLD) merupakan model diskrit nonlinier yang paling fundamental karena persamaan ini mendeskripsikan banyak fenomena penting dalam berbagai bidang ilmu. Sebagai contoh, pada bidang optik, model ini menjelaskan perambatan sinar optik pada larik pandu gelombang nonlinier yang terbuat dari bahan *aluminium gallium arsenide* (AlGaAs) [13]. Contoh lain misalnya dalam bidang biologi dan fisika, persamaan SNLD menjelaskan sistem biofisika, kristal molekul dan rantai atom [2].

Bentuk umum dari model SNLD diberikan oleh [13]

$$i\dot{\phi}_n = \varepsilon(\phi_{n+1} - 2\phi_n + \phi_{n-1}) + F(\phi_{n+1}, \phi_n, \phi_{n-1}), \qquad (1.1.1)$$

dimana $\phi_n \equiv \phi_n(t) \in \mathbb{C}$ adalah fungsi gelombang pada waktu $t \in \mathbb{R}^+$ dan *site* $n \in \mathbb{Z}$, $\dot{\phi}_n$ menyatakan turunan fungsi ϕ_n terhadap t, ε merepresentasikan konstanta pengikat (*coupling constant*) dan F merupakan suku nonlinier.

Salah satu hal yang menarik dari persamaan SNLD ini adalah eksistensi solusi soliton yang dimilikinya. Soliton sendiri adalah gelombang soliter (gelombang nonlinier terlokalisasi) yang memiliki sifat dapat mempertahankan bentuknya saat merambat pada kecepatan konstan, meskipun setelah berinteraksi dengan gelombang soliter lainnya [9]. Pada persamaan



Gambar 1.1.1. Ilustrasi pandu gelombang [13]

(1.1.1), suku nonlinier F mempunyai beberapa bentuk, diantaranya [13]:

1. Model SNLD kubik:

$$F_{cub} = |\phi_n|^2\phi_n. \tag{1.1.2}$$

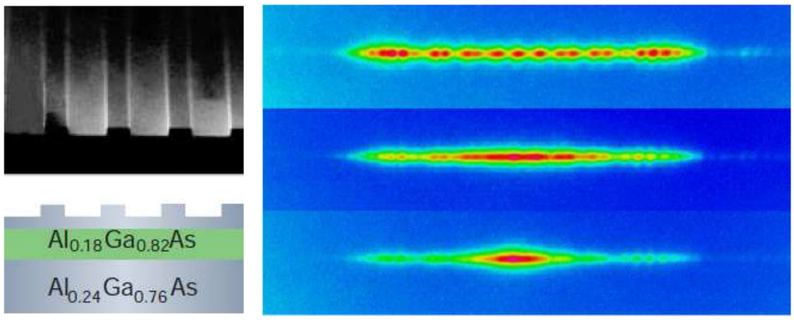
2. Model SNLD Ablowitz-Ladik (AL):

$$F_{AL} = \frac{1}{2}|\phi_n|^2(\phi_{n+1} + \phi_{n-1}). \tag{1.1.3}$$

3. Model SNLD *saturable*:

$$F_{sat} = \frac{\phi_n}{1 + |\phi_n|^2}. \tag{1.1.4}$$

Persamaan SNLD dengan suku nonlinier kubik (1.1.2) dikenal sebagai persamaan yang *nonintegrable* (tidak dapat diselesaikan secara eksak) [13]. Pada tahun 1975-1976, Ablowitz dan Ladik [1] menunjukkan bahwa persamaan SNLD dengan suku nonlinier (1.1.3) adalah persamaan yang *integrable* (dapat diselesaikan secara eksak).



Gambar 1.1.2. Hasil eksperimen pertama tentang soliton diskrit optik [13]

Persamaan SNLD dengan suku nonlinier kubik (1.1.2) pertama kali diformulasikan oleh Christodoulides dan Joseph [5] pada tahun 1988 untuk mendeskripsikan perambatan soliton diskrit pada larik pandu gelombang optik nonlinier. Larik pandu gelombang optik merupakan instrumen mikroskopis dimana perambatan sinar optik dapat diobservasi. Instrumen ini terdiri dari susunan elemen-elemen pandu gelombang (yang disebut *site*) yang identik dan berjarak sama (lihat Gambar 1.1.1). Pada model ini, variabel n menyatakan posisi dari elemen pandu gelombang, t menyatakan variabel waktu, dan $|\phi_n(t)|^2$ adalah intensitas cahaya di sepanjang pandu gelombang ke-n pada waktu t.

Teori tentang soliton diskrit pada larik pandu gelombang tersebut kemudian diuji secara eksperimen pada tahun 1998 oleh Eisenberg dkk [10]. Dengan menggunakan larik pandu gelombang nonlinier yang terbuat dari bahan *aluminium gallium arsenide* (AlGaAs), diperoleh hasil eksperimen sebagai berikut (Gambar 1.1.2). Pada ekperimen pertama, suatu berkas sinar dengan intensitas rendah (70 W) yang ditembakkan pada satu larik pandu gelombang terpencar secara diskrit. Pada eksperimen berikutnya, dengan menaikkan intensitas berkas sinar (320 W), distribusi berkas sinar menjadi konvergen menuju pola yang menyerupai lonceng. Pada intensitas sinar yang lebih besar (500 W), berkas sinar yang ditembakkan menjadi terlokalisasi (membentuk pola soliton diskrit).

Salah satu metode yang sering digunakan dalam mengaproksimasi solusi persamaan *nonintegrable* adalah metode aproksimasi variasional (selanjutnya disingkat AV). Metode ini dikembangkan berdasarkan prinsip aksi terkecil (*least action*), atau dikenal juga dengan prinsip Hamilton, yang menyatakan bahwa persamaan gerak ditentukan oleh titik-titik kritis dari aksi (yaitu integral waktu dari Lagrangian) [19].

Dalam konteks persamaan SNLD kubik, metode AV telah digunakan oleh Aceves dkk [3] untuk mengaproksimasi solusi soliton onsite, yaitu solusi soliton yang memiliki nilai maksimum pada satu *site*. Kemudian Cuevas dkk [7] serta Kaup dkk [11] juga menerapkan metode AV untuk menghampiri solusi soliton *intersite*, yaitu solusi soliton yang memiliki nilai maksimum pada dua *site*.

Lebih lanjut, jika $|\phi_n|^2$ diganti dengan $\phi_n\phi^*_{-n}$, dimana tanda $*$ menyatakan kompleks konjugat, maka suku nonlinier yang dihasilkan disebut suku nonlinier nonlokal. Dengan demikian persamaan SNLD kubik nonlokal diberikan oleh

$$i\dot{\phi_n} = \varepsilon(\phi_{n+1} - 2\phi_n + \phi_{n-1}) + \phi_n^2\phi^*_{-n}, \qquad (1.1.5)$$

sedangkan persamaan SNLD AL nonlokal diberikan oleh

$$i\dot{\phi_n} = \varepsilon(\phi_{n+1} - 2\phi_n + \phi_{n-1}) + \frac{1}{2}\phi_n\phi^*_{-n}(\phi_{n+1} + \phi_{n-1}). \qquad (1.1.6)$$

Persamaan SNLD kubik nonlokal (1.1.5) diperkenalkan pertama kali pada tahun 2014 oleh Sarma dkk [15]. Di lain pihak, persamaan SNLD AL nonlokal (1.1.6) dikaji pertama kali pada tahun 2015 oleh Ablowitz dan Musslimani [2] dan diketahui bahwa persamaan tersebut bersifat *integrable*.

Pada tugas akhir ini akan ditinjau persamaan berikut:

$$i\dot{\phi}_n = \varepsilon(\phi_{n+1} - 2\phi_n + \phi_{n-1}) + \frac{\alpha}{2}\phi_n\phi^*_{-n}(\phi_{n+1} + \phi_{n-1}) + (1-\alpha)\phi_n^2\phi^*_{-n}. \quad (1.1.7)$$

Persamaan (1.1.7) dapat dipandang sebagai persamaan yang menginterpolasi model SNLD kubik nonlokal (1.1.5) pada saat $\alpha = 0$ dan model SNLD AL nonlokal (1.1.6) pada saat $\alpha = 1$. Selanjutnya persamaan (1.1.7) disebut persamaan Schrödinger nonlinier diskrit nonlokal atau disingkat persamaan SNLD-N.

1.2 Rumusan Masalah

Dalam penelitian ini akan dikaji bagaimana memperoleh aproksimasi solusi soliton pada persamaan SNLD-N (1.1.7) dengan menggunakan metode AV. Selanjutnya juga akan diperiksa validitas hampiran solusi soliton yang diperoleh dengan merujuk pada referensi [4].

1.3 Pembatasan Masalah

Penerapan metode AV pada persamaan SNLD-N (1.1.7) hanya dibatasi pada kasus soliton tipe *onsite* yang bernilai riil.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah :

1. Menentukan hampiran solusi soliton pada persamaan SNLD-N (1.1.7) dengan menggunakan metode AV.
2. Memeriksa validitas hasil yang diperoleh dari metode AV.
3. Membandingkan hasil-hasil yang diperoleh secara analitik (AV) dengan hasil-hasil numerik.

1.5 Sistematika Penulisan

Tulisan ini dibagi atas empat bab. Pada Bab I dibahas latar belakang penelitian, rumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan. Konsep dasar beserta materi penunjang sebagai landasan teori diberikan pada Bab II. Selanjutnya pada Bab III dibahas penerapan metode AV dalam menentukan hampiran solusi soliton *onsite* beserta perhitungan numerik dan validasinya. Hasil-hasil yang diperoleh kemudian disimpulkan pada Bab IV.