

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori kontrol optimal merupakan suatu masalah optimasi yang berkaitan dengan proses mendapatkan suatu pengontrol (variabel keputusan) yang memenuhi suatu sistem dinamik sedemikian sehingga suatu fungsi objektif bernilai optimal pada suatu periode waktu tertentu. Secara sederhana permasalahan kontrol optimal dirumuskan sebagai berikut [4]. Diberikan suatu fungsi objektif

$$J(u) = \int_0^T g(x, u, t) dt, \quad (1.1.1)$$

dan suatu sistem dinamik

$$\dot{x} = f(x, u, t), x(0) = x_0, \quad (1.1.2)$$

dengan $x = x(t)$ menyatakan keadaan, $u = u(t)$ menyatakan kontrol (variabel keputusan) dan t menyatakan waktu. Selain itu $x : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$, $u : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ dan $g : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ adalah fungsi-fungsi yang kontinu.

Permasalahan kontrol optimal dalam hal ini adalah persoalan mendapatkan variabel pengontrol u yang memenuhi sistem dinamik (1.1.2) sedemikian sehingga fungsi objektif (1.1.1) bernilai optimal [4]. Optimal dalam hal ini

bermakna maksimum atau minimum. Dengan perumusan seperti ini, ada banyak aplikasi teori kontrol optimal dalam permasalahan nyata, salah satunya dalam bidang pertumbuhan ekonomi.

Pertumbuhan ekonomi merupakan persentase perubahan nilai semua barang dan jasa yang dihasilkan oleh suatu negara dalam periode waktu tertentu. Pertumbuhan ekonomi biasanya diukur menggunakan Produk Domestik Bruto (PDB), yaitu estimasi dari semua nilai barang dan jasa yang dihasilkan dalam periode tertentu dalam suatu negara. Dalam [10] dinyatakan bahwa PDB dapat dihitung dengan formula sebagai berikut:

$$PDB = C + I + G + (E - M), \quad (1.1.3)$$

dengan C menyatakan konsumsi rumah tangga, I menyatakan investasi, G pengeluaran pemerintah, E menyatakan ekspor, dan M menyatakan impor. Dari formula (2.1.1) jelas bahwa variabel I dan C berperan terhadap peningkatan PDB suatu negara sekaligus peningkatan pertumbuhan ekonomi negara tersebut.

Dalam [2] disebutkan bahwa model Ramsey merupakan suatu model pertumbuhan ekonomi dalam bentuk masalah kontrol optimal. Model tersebut dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{maks } J(c(t)) = \int_0^{\infty} e^{-\beta t} U(c(t)) dt, \quad (1.1.4)$$

$$\text{kendala } \dot{k} = f(k(t)) - (n + \sigma)k(t) - c(t), \quad (1.1.5)$$

dengan $k(t)$ menyatakan kapital per tenaga kerja, $c(t)$ menyatakan konsumsi per tenaga kerja, σ menyatakan tingkat depresiasi (diasumsikan konstan), n

menyatakan pertumbuhan tenaga kerja, β menyatakan tingkat diskon, $U(c(t))$ menyatakan fungsi utilitas dan $f(k(t))$ menyatakan fungsi produksi. Masalah kontrol optimal dalam hal ini adalah mendapatkan konsumsi optimal yang memenuhi sistem dinamik (1.1.5) sedemikian sehingga fungsi objektif (1.1.4) bernilai maksimum. Dengan menggunakan kaedah penyelesaian teori kontrol optimal untuk (1.1.5) dan (1.1.4), Ramsey memperoleh pertumbuhan konsumsi dan pertumbuhan kapital, yang merupakan faktor penentu PDB. Model ini berlaku untuk periode jangka panjang.

Dalam skripsi ini, model (1.1.4) dan (1.1.5) dikaji kembali untuk periode jangka pendek dengan menggunakan fungsi produksi berbentuk $f(k(t)) = Ak(t)$, dengan A menyatakan tingkat kemajuan teknologi [17] dan fungsi utilitas $U(c(t)) = \ln(c(t))$. Fungsi produksi $Ak(t)$ ini dikemukakan dalam literatur [2]. Kajian ini adalah untuk mendapatkan konsumsi optimal dan kapital optimal dari model pertumbuhan ekonomi jangka pendek.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah

1. Bagaimana model pertumbuhan ekonomi yang dihasilkan setelah dilakukan konstruksi terhadap model pertumbuhan ekonomi Ramsey yang sudah diusulkan sebelumnya?
2. Bagaimana bentuk persamaan keadaan optimal $k^*(t)$ dan kontrol optimal $c^*(t)$ yang memenuhi kendala pada model sedemikian sehingga memak-

simunkan fungsi tujuanya?

1.3 Batasan Masalah

Dalam tugas akhir ini masalah difokuskan pada penyelesaian model pertumbuhan ekonomi yang dihasilkan dari konstruksi terhadap model pertumbuhan ekonomi Ramsey, tujuannya mencari persamaan keadaan optimal $k^*(t)$ dan kontrol optimal $c^*(t)$. Model tersebut dibatasi hanya untuk model dengan bentuk fungsi produksi $f(k(t)) = Ak(t)$ dan fungsi utilitas $u(c(t)) = \ln(c(t))$ pada interval waktu pengamatan $t \in [0, t_1]$.

1.4 Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan masalah diatas, maka tujuan dari penelitian ini adalah

1. Untuk menentukan model pertumbuhan ekonomi yang dihasilkan setelah dilakukan konstruksi terhadap model pertumbuhan ekonomi Ramsey yang sudah diusulkan sebelumnya.
2. Untuk menentukan persamaan keadaan optimal $k^*(t)$ dan kontrol optimal $c^*(t)$ yang memenuhi kendala pada model sedemikian sehingga memaksimalkan fungsi tujuanya.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan terdiri dari empat bab yaitu, BAB I Pendahuluan yang memuat latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan, BAB II Landasan teori yang berisi materi-materi dasar dalam penunjang berupa definisi, teorema, dan lemma yang akan digunakan pada pembahasan, BAB III adalah Hasil dan Pembahasan yang didapat dalam penelitian. Terakhir, kesimpulan dan saran terkait dengan penelitian yang dilakukan dijelaskan pada BAB IV.

