BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Teori matriks merupakan salah satu cabang ilmu matematika dalam bidang aljabar. Dalam teori matriks terdapat beberapa jenis matriks, yaitu matriks bujur sangkar, matriks identitas, dan matriks diagonal. Di samping itu terdapat matriks komutasi yang mengubah $vec\ (A)$ menjadi $vec\ (A^T)$ dengan menggunakan operator vec, dimana A adalah suatu matriks berukuran m x n serta $vec\ (A)$ dan $vec\ (A^T)$ adalah vektor-vektor berukuran $mn \times 1$.

Operator vec adalah suatu operasi yang mengubah matriks menjadi vektor dengan menempatkan semua kolom secara berurutan pada matriks menjadi satu vektor kolom. Misalkan terdapat matriks A berukuran $m \times n$ sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \ dan\ A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}.$$

Maka $vec\ (A)$ dan $vec\ (A^T)$ adalah vektor-vektor berukuran $mn \times 1$ yaitu:

$$vec\ (A) = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \\ a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \\ \vdots \\ a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{bmatrix} \ dan\ vec\ (A^T) \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ \vdots \\ a_{1n} \\ a_{21} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{m1} \\ a_{m2} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{bmatrix}.$$

Perhatikan bahwa $vec\ (A)$ dan $vec\ (A^T)$ memuat mn entri yang sama, tetapi dalam urutan yang berbeda, sehingga terdapat matriks komutasi secara unik yang mentransformasikan $vec\ (A)$ menjadi $vec\ (A^T)$. Matriks komutasi dinotasikan dengan K_{mn} dan berukuran $mn \times mn$ sedemikian sehingga memenuhi persamaan $K_{mn}\ vec\ (A) = vec\ (A^T)$ [10].

Penelitian terkait matriks komutasi membahas tentang sifat-sifat dan aplikasi dari matriks komutasi. Pembahasan mengenai matriks komutasi dapat dilihat dalam beberapa literatur seperti [10], [4], [7], [8], dan [11]. Pembahasan pada [10] dikaji tentang hubungan antara matriks komutasi dengan operasi tensor komutasi. Pada [4] dibahas tentang penerapan matriks komutasi terhadap polinomial karakteristik. Selanjutnya pada [7] dibahas tentang beberapa sifat dan aplikasi dari matriks komutasi. Pada [8] dibahas tentang penerapan matriks komutasi dengan aplikasi statistik. Serta pada [11] dibahas tentang sifat yang berkaitan dengan Hasil Kali Kronecker dan matriks komutasi.

Dalam penelitian ini peneliti membahas tentang matriks komutasi pada matriks diagonal dan matriks diagonal sekunder. Matriks yang digunakan adalah matriks diagonal dan matriks diagonal sekunder berukuran 4 x 4, karena matriks berukuran 4 x 4 memiliki 4 entri yang berada pada diagonal utama dan diagonal sekunder, sehingga dengan mengasumsikan dua pasang entri yang bernilai sama yang terletak pada diagonal utama dan diagonal sekunder, maka terdapat banyak kemungkinan matriks komutasi yang akan diperoleh pada matriks tersebut.

Matriks diagonal adalah suatu matriks bujur sangkar dengan semua entri-entri selain diagonal utama adalah nol, yang dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$\begin{bmatrix} d_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & d_n \end{bmatrix}$$

dimana d_1, d_2,..., d_n adalah skalar [6].

Matriks diagonal sekunder adalah matriks bujur sangkar dengan semua entri-entri selain diagonal sekunder adalah nol, yang dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$\begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & d_1 \\ \vdots & ⋰ & d_2 & 0 \\ 0 & ⋰ & ⋰ & \vdots \\ d_n & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

dimana d_1, d_2,..., d_n adalah skalar.

Pada penelitian ini peneliti menggunakan matriks diagonal dengan mengasumsikan dua pasang entri yang terletak pada diagonal utama yang bernilai sama. Pada matriks diagonal sekunder dengan mengasumsikan dua pasang entri yang terletak pada diagonal sekunder yang bernilai sama. Pada penelitian ini akan diperoleh terdapat beberapa matriks komutasi K_{mn} pada matriks diagonal dan matriks diagonal sekunder sedemikian sehingga memenuhi persamaan $K_{mn}\ vec\ (A) = vec\ (A^T)$.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang, maka yang menjadi rumusan masalah pada tugas akhir ini adalah

1. Apa saja matriks komutasi pada matriks diagonal berukuran 4 x 4 dengan mengasumsikan dua pasang entri yang terletak pada diagonal utama

yang bernilai sama ?

2. Apa saja matriks komutasi pada matriks diagonal sekunder berukuran 4 x 4 dengan mengasumsikan dua pasang entri yang terletak pada diagonal sekunder yang bernilai sama ?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Untuk menentukan matriks komutasi pada matriks diagonal berukuran 4×4, dengan mengasumsikan dua pasang entri yang terletak pada diagonal utama yang bernilai sama.

2. Untuk menentukan matriks komutasi pada matriks diagonal sekunder berukuran 4 x 4, dengan mengasumsikan dua pasang entri yang terletak pada diagonal sekunder yang bernilai sama.

1.4 Sistematika Penulisan

Penulisan ini disusun dengan sistematika penulisan yang terdiri dari BAB I Pendahuluan yang berisi latar belakang, perumusan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan. BAB II Landasan Teori berisi teori-teori sebagai acuan dasar dalam pembahasan. BAB III Penentuan Matriks Komutasi pada Matriks Diagonal dan Matriks Diagonal Sekunder. BAB IV Penutup, memberikan kesimpulan berdasarkan hasil yang diperoleh pembahasan.