

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Teori Graf mulai dikenal pada saat seorang matematikawan berkebangsaan Swiss bernama Leonhard Euler, berhasil mengungkap teka-teki jembatan Konigsberg pada tahun 1736. Konigsberg sendiri merupakan nama sebuah kota yang dialiri oleh sebuah sungai yang dinamai sungai Pregel. Sungai tersebut memiliki tujuh buah jembatan sebagai sarana untuk mempermudah transportasi. Pada abad ke-17, muncullah sebuah pertanyaan, dapatkah seseorang menyeberangi ketujuh jembatan tersebut tepat satu kali dan kembali ke tempat semula? Masalah tersebut menjadi terkenal sebagai teka-teki jembatan Konigsberg.

Euler menjadikan masalah tersebut sebagai sebuah kasus matematika dan membuat solusi untuk menyelesaikan teka-teki tersebut. Caranya adalah dengan merepresentasikan masalah ini ke dalam sebuah graf dengan keempat daratan sebagai titik dan ketujuh jembatan sebagai sisi. Oleh karena itu, dapat diketahui bahwa perjalanan di kota Konigsberg tidak dapat dilakukan apabila harus melalui ketujuh jembatan tepat satu kali dan kembali ke tempat semula. Dari penemuan tersebut muncullah cabang ilmu matematika baru yang dikenal dengan Teori Graf. Graf merupakan sekumpulan objek terstruktur yang

terdiri dari titik-titik (*vertices*) dan sisi (*edge*) yang menghubungkan dua buah titik. Salah satu topik kajian dalam teori graf adalah dimensi metrik. Dimensi metrik pada graf diperkenalkan pertama kali secara terpisah oleh Slater pada tahun 1975 [14] dan oleh Harary dan Melter pada tahun 1976 [7].

Chartrand dkk. [5] mengkarakterisasi semua graf terhubung  $G$  dengan  $dim(G)=1$ ,  $dim(G)=n-1$ , atau  $dim(G)=n-2$ . Selain itu juga diperoleh dimensi metrik dari graf lingkaran  $C_n$ , graf pohon sebarang  $T$ , serta batas untuk dimensi metrik dari graf *unicyclic*, yaitu graf yang memuat tepat satu *cycle*. Putra dkk. [10] menunjukkan bahwa dimensi metrik graf  $W_n + C_n$  untuk  $n \in \{3, 4\}$  adalah  $dim(W_3 + C_3)=6$  dan  $dim(W_4 + C_4)=4$ . Febrianti dkk. [6] menentukan bahwa dimensi metrik graf amalgamasi tangga segitiga diperumum homogen, dinotasikan  $Amal\{Tr_n, v\}_2$  adalah tiga untuk  $n = 3$  dan empat untuk  $n = 4$ .

Marinda dan Syafruddin [9] menunjukkan bahwa dimensi metrik dari graf naga  $T_{n,m}$  untuk  $n \geq 3$  dan  $m \geq 2$  adalah dua. Utomo dan Dewi [15] menunjukkan bahwa dimensi metrik graf  $Amal(nK_m)$  untuk  $n \geq 4$  dan  $m \geq 4$  adalah  $(m-2)n$ . Riyandho dkk. [12] menunjukkan bahwa dimensi metrik graf kincir pola  $K_1 + mK_4$  untuk  $m \geq 2$  adalah  $3m$ . Shulhany dkk. [13] menunjukkan bahwa dimensi metrik pada graf calendula  $Cl_{3,n}$  untuk  $n \geq 3$  adalah dua. Janan T. dan Janan S. [8] menunjukkan bahwa dimensi metrik dari graf jaring laba-laba adalah tiga.

Aditya dkk. [1] menunjukkan bahwa dimensi metrik pada subdivisi graf Lobster  $L_n(q; r)$  untuk  $n > 2$  dengan menyisipkan  $m$  titik di se-

tiap sisinya, dinotasikan dengan  $R_n(q; r)m$  dimana dimensi metrik dari graf  $R_n(1; 1)m$  untuk  $n > 2$  adalah 2, dimensi metrik dari graf  $R_n(q; 1)m$  untuk  $n \geq 2, q \geq 2$  adalah  $n(q - 1)$  dan dimensi metrik dari graf  $R_n(q; r)m$  untuk  $n \geq 2, q \geq 1, r \geq 2$  adalah  $nq(r - 1)$ . Akhter dan Farooq [2] menunjukkan bahwa dimensi metrik dari graf  $(3, 6)$  - *Fullerene* yang memuat  $C_3$  dan  $C_6$  dan  $(4, 6)$  - *Fullerene* yang memuat  $C_4$  dan  $C_6$  adalah tiga. Pada [2] diberikan masalah terbuka yang berkaitan dengan dimensi metrik dari graf  $(5, 6)$ -*Fullerene* yang memuat graf  $C_5$  dan  $C_6$ .

Putri dkk. [11] menjawab masalah terbuka tersebut dengan menentukan dimensi metrik dari salah satu graf  $(5, 6)$ -*Fullerene* yaitu graf *Buckminsterfullerene*  $B_{60}$  yang mempunyai 60 titik. Graf *Buckminsterfullerene* memuat graf *cycle*  $C_5$  dan  $C_6$ , dimana graf  $C_5$  merupakan bagian terluar dari graf  $B_{60}$ . Pada [11] diperoleh bahwa  $\dim(B_{60}) = 3$ . Pada penelitian ini, akan ditentukan dimensi metrik dari graf *Buckminsterfullerene* yang dimodifikasi dengan melakukan operasi subdivisi. Caranya adalah dengan menyisipkan  $n$  buah titik di sebuah sisi pada *cycle* terluar dari graf  $B_{60}$ . Graf tersebut dinamakan graf *Buckminsterfullerene*-subdivisi dan dinotasikan dengan  $B_{60,n}$  untuk  $n \geq 1$ .

## 1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang akan dikaji pada tugas akhir ini adalah menentukan berapa nilai dimensi metrik graf *Buckminsterfullerene*-subdivisi.

### 1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penulisan tugas akhir ini adalah untuk memperoleh dimensi metrik dari graf *Buckminsterfullerene*-subdivisi  $B_{60,n}$  untuk  $n \geq 1$ .

### 1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam tugas akhir ini terdiri dari empat bab. Bab I Pendahuluan yang memuat latar belakang, perumusan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan. Bab II Landasan teori yang menjelaskan tentang teori-teori yang digunakan sebagai acuan dasar pada tugas akhir ini. Bab III Pembahasan, memuat tentang dimensi metrik dari graf *Buckminsterfullerene*-subdivisi. BAB IV Kesimpulan, berisi kesimpulan dan saran dari tugas akhir ini. Hasil baru pada penelitian ini diberi tanda  $\diamond$ .

