BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada abad ke-18. Euler mendapatkan ide ketika di kota Konisberg terdapat suatu sungai yang membelah kota empat daratan terpisah, dimana daratan terpisah tersebut dihubungkan oleh tujuh jembatan. Kemudian warga sekitar hanya ingin melewati jembatan tersebut tepat satu kali dan kembali lagi ke titik awal. Setelah mendengar keinginan warga, Euler menganggap bahwa itu tidak mungkin karena setelah disajikan dalam bentuk graf, diperoleh bahwa seseorang tidak dapat melewati setiap jembatan tepat satu kali untuk kembali ke tempat semula. Euler membuktikan dengan menggunakan suatu bentuk representasi tertentu. Bentuk representasi tersebut kemudian berkembang menjadi teori graf yang dikenal sampai sekarang.

Salah satu topik dalam teori graf adalah dimensi metrik pada graf. Dimensi metrik pada graf diperkenalkan pertama kali secara terpisah oleh Slater pada tahun 1975 dan oleh Harary dan Melter pada tahun 1976.

Graf G adalah pasangan terurut $(V(G), (E(G))$ dengan $V(G)$ merupakan himpunan titik-titik yang tidak kosong dan $E(G)$ merupakan himpunan sisi-sisi. Suatu graf G dikatakan graf terhubung jika untuk setiap pasang titik $u, v \in V(G)$ terdapat suatu lintasan yang menghubungkan u dan v. Jarak antara u dan v, dinotasikan $d(u, v)$ yaitu panjang lintasan terpendek antara kedua titik tersebut di G. Misalkan juga terdapat himpunan $W = \{w_1, w_2, \cdots, w_k\} \subset V(G)$. K-vektor didefinisikan sebagai representasi titik v terhadap W yang dinotasikan dengan $r(v \mid W)$,

$$r(v \mid W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), ..., d(v, w_k))$$

Jika untuk setiap dua titik u dan v di G berlaku bahwa $r(u \mid W) \neq r(v \mid W)$, maka W dinamakan himpunan pemisah untuk G. Himpunan pemisah dengan kardinalitas minimum dinamakan himpunan pemisah minimum, dan kardinalitas dari himpunan pemisah minimum dinamakan **dimensi metrik** dari G, dinotasikan $dim(G)$ [4].

Chartrand dkk. [4] menentukan sifat-sifat dari graf terhubung G dengan $dim(G) = 1$, $dim(G) = n-1$, dan $dim(G) = n-2$. Kemudian, Chartrand dkk. memperoleh dimensi metrik dari graf lingkaran C_n serta batas untuk dimensi metrik dari graf *unicyclic*, yaitu graf yang memuat tepat satu siklus. Putra dkk. [9] menunjukkan bahwa dimensi metrik dari graf $W_n + C_n$ untuk $n = 4$ adalah 4 atau $dim(W_n + C_n) = 4$ dan untuk $n = 3$ adalah 6 atau $dim(W_n + C_n) = 6$, dimana W_n adalah graf roda dengan $n+1$ titik dan C_n adalah graf lingkaran dengan n titik, dengan $n \geq 3$. Hindayani [7] menentukan penelitian dimensi metrik untuk graf $K_r + mK_s$, dimana K_r menyatakan graf lengkap dengan r titik. Akhter dkk. [1] menunjukkan bahwa graf $(k, 6)$-*Fullerene* adalah sebuah graf siklus terhubung berderajat 3 yang memiliki ukuran k dan 6, dimana k hanya memiliki nilai 3, 4, dan 5. Oleh karena itu, graf yang dibahas pada penelitian ini adalah graf $(3, 6)$-*Fullerene*, graf $(4, 6)$-*Fullerene*, dan graf $(5, 6)$-*Fullerene*. Dimensi metrik dari graf $(3, 6)$-*Fullerene* yang memuat graf C_3 dan graf C_6 serta $(4, 6)$-*Fullerene* yang memuat graf C_4 dan graf C_6 adalah 3. Pada [1]. diberikan masalah terbuka mengenai dimensi metrik yang berkaitan dengan graf $(5, 6)$-*Fullerene* yang memuat graf C_5 dan C_6. Salah satu jenis graf $(5, 6)$-*Fullerene* adalah graf *Buckminsterfullerene*, yang mempunyai 60 titik, dan dinotasikan B_{60}. Putri dkk. [10] menunjukkan bahwa dimensi metrik dari graf *Buckminsterfullerene* adalah 3 atau $dim(B_{60}) = 3$.

Amalgamasi adalah salah satu operasi dalam graf. Dalam membentuk sebuah graf baru, salah satu cara yang dapat dilakukan yaitu dengan menggunakan operasi amalgamasi. Amalgamasi suatu graf diperoleh dengan mengidentifikasi beberapa titik pada graf sehingga menjadi satu titik yang disebut sebagai titik terminal. Diberikan n buah graf *Buckminsterfullerene*(B_{60}), selanjutnya dilakukan operasi amalgamasi dan hasil dari operasi amalgamasi tersebut adalah sebuah graf baru yaitu graf amalgamasi *Buckminsterfullerene*, dinotasikan Amal(nB_{60}). Pada tugas akhir ini akan ditentukan batas atas dimensi metrik dari graf Amal($2B_{60}$).

1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang akan dikaji pada tugas akhir ini adalah bagaimana cara menentukan batas atas dimensi metrik pada amalgamasi dua graf *Buckminsterfullerene*. Pada tugas akhir ini, yang akan ditentukan adalah batas atas dimensi metrik dari graf Amal($2B_{60}$).

1.3 Pembatasan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan yang akan dikaji pada penelitian ini adalah bagaimana menentukan batas atas dimensi metrik dari amalgamasi dua graf *Buckminsterfullerene*. Cara amalgamasi graf pada penelitian ini adalah dengan mengidentifikasi dua titik yang berada di bagian luar graf B_{60}.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian tugas akhir ini adalah memperoleh batas atas dimensi metrik dari graf Amal($2B_{60}$).

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam tugas akhir ini terdiri dari tiga bab. Bab I Pendahuluan yang memuat latar belakang, perumusan masalah, tujuan dan sistematika penulisan. Bab II yang menjelaskan landasan teori sebagai konsep dasar pada tugas akhir ini. Bab III yang memuat pembahasan tentang batas atas dimensi metrik dari amalgamasi dua graf *Buckminsterfullerene*.