BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang pertama kali ditemukan oleh seorang ahli matematikawan yang berasal dari Swiss bernama Leonard Euler pada tahun 1736. Teori graf bermanfaat dalam membantu menyelesaikan suatu permasalahan dengan mengambil aspek-aspek yang diperlukan. Ilmu graf banyak mengalami kemajuan sehingga memiliki beberapa aspek seperti pewarnaan titik, pewarnaan sisi, bilangan *rainbow connection*, bilangan kromatik, dan bilangan Ramsey.

Teori graf mempunyai banyak bidang kajian. Salah satunya adalah bilangan Ramsey. Teori terkait bilangan Ramsey pertama kali diperkenalkan oleh Frank Plumpton Ramsey dalam makalahnya yang berjudul "On a problem of formal logic" pada tahun 1928 [?]. Ide dasar dari teori yang dikenal dengan teori Ramsey ini adalah bilangan Ramsey klasik, dimana untuk bilangan asli m dan n, bilangan Ramsey $r(m,n)$ adalah bilangan terkecil r sedimikian sehingga pewarnaan merah-biru pada semua graf lengkap K_r akan selalu memuat graf lengkap K_m merah atau K_n biru [?]. Kajian ini banyak mendapatkan perhatian karena sulitnya untuk mendapatkan untuk nilai m dan n lain, sehingga bilangan Ramsey diperluas untuk sebarang graf yang tidak harus menjadi graf lengkap. Bilangan Ramsey untuk sebarang graf ini dinamakan bilangan Ramsey graf. Bilangan Ramsey graf $r(F,G)$ dari dua graf F dan G, dengan bilangan asli terkecil t sedemikian sehingga, setiap pewarnaan merah dan biru pada semua sisi graf lengkap K_t akan memuat subgraf dengan graf F yang isomorfik dengan sisi merah atau memuat subgraf sebarang dengan graf G isomorfik dengan sisi biru.

Bilangan Ramsey bipartit merupakan hasil perluasan dari bilangan Ramsey graf [?]. Misalkan m dan n merupakan dua bilangan bulat positif, bilangan Ramsey bipartit $b(m,n)$ didefiniskan sebagai bilangan bulat terkecil t sedemikian sehingga, jika semua sisi dari graf bipartit lengkap $K_{t,t}$ diberi dua pewarnaan sisi merah-biru akan memuat subgraf $K_{m,m}$ merah atau $K_{n,n}$ biru sebagai subgraf [?]. Bilangan Ramsey bipartit diperluas menjadi bilangan Ramsey multipartit, dimana bilangan multipartit diperluas menjadi dua kajian yaitu bilangan Ramsey multipartit himpunan dan bilangan Ramsey multipartit ukuran. Konsep dasar dari bilangan Ramsey multipartit himpunan yaitu $K_{\zeta \times j}$ merupakan suatu graf multipartit seimbang lengkap. Misalkan terdapat suatu graf multipartit seimbang lengkap $K_{\zeta \times j}$ yang terdiri dari ζ himpunan partit dan j banyaknya titik pada setiap himpunan partit. Misalkan $j,n,l,s,$ dan t merupakan bilangan bulat positif dengan $n,s \geq 2$, maka bilangan Ramsey multipartit himpunan $M_j(K_{n\times l}, K_{s\times t})$ ialah bilangan bulat positif terkecil ζ sedemikian sehingga sebarang pewarnaan merah dan biru dari sisi $K_{\zeta\times j}$ mengakibatkan $K_{\zeta\times j}$ memuat $K_{n\times l}$ merah atau $K_{s\times t}$ biru sebagai subgraf [?].

Bilangan Ramsey multipartit himpunan menjadi salah satu topik kajian yang menarik untuk dikaji. Hingga saat ini hanya beberapa bilangan Ramsey multipartit himpunan untuk kombinasi dari dua graf multipartit seimbang lengkap yang telah diperoleh. Beberapa diantaranya adalah $M_1(K_{2\times2}, K_{3\times3})$=7 ditemukan Chartrand [?], $M_1(K_{2\times2}, K_{4\times1}) = 10$ ditemukan Chvatal [?], $M_2(K_{2\times2}, K_{3\times1}) = 4$, $M_2(K_{2\times2}, K_{4\times1}) = 7$, $M_1(K_{2\times3}, K_{2\times3}) = 18$ ditemukan Harborth [?][?][?], $M_1(K_{2\times2}, K_{6\times1}) = 18$ ditemukan Exoo [?]. Sedangkan untuk bilangan Ramsey multipartit himpunan diperumum untuk kombinasi graf yang tidak harus graf multipartit seimbang lengkap, yaitu seperti yang diperoleh Magnat [?], $M_j(P_n, W_s)$ dengan $j = 2$, $n = 3$ dan 4, dan $s \geq 3$ ditemukan oleh Yuri [?], $M_t(P_3, P_s)$ dengan $3 \leq t \leq 5$ dan $3 \leq s \leq 20$ ditemukan oleh Rahayu [?], $M_3(P_n, K_{1,t})$ dengan $2 \leq n \leq 4$ dan $t \geq 3$ ditemukan oleh Zain [?], dan $M_j(P_3, T_n)$ dengan $n \geq 7$ ditemukan oleh Mardiyah [?].

Bilangan Ramsey multipartit himpunan untuk kombinasi graf lintasan dengan lingkaran(*cycle*) yaitu $M_j(P_m, C_n)$, dimana j adalah banyaknya titik pada setiap himpunanan partit di graf multipartit himpunan lengkap, P_m merupakan graf terhubung yang memiliki m titik dan $m-1$ sisi dengan $m \geq 2$, dan C_n adalah graf lingkaran yang memiliki n titik dan $n \geq 3$. Bilangan Ramsey multipartit himpunan $M_j(P_m, C_n)$ menjadi salah satu topik kajian yang menarik untuk dikaji karena dalam pembuktiannya merujuk dari definisi graf lintasan dan graf lingkaran. Berdasarkan uraian di atas, penulis tertarik untuk mengkaji permasalahan bilangan Ramsey multipartit himpunan untuk kombinasi graf lintasan dan graf lingkaran $M_j(P_m, C_n)$ dengan batasan masalah $j = 2$, $2 \leq m \leq 5$, dan $3 \leq n \leq 10$.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, rumusan masalah yang akan dikaji dalam penelitian ini merupakan penentuan bilangan Ramsey multipartit himpunan $M_j(P_m,C_n)$ untuk kombinasi P_m *versus* C_n dengan $j = 2$, $2 \leq m \leq 5$, dan $3 \leq n \leq 10$.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini yaitu menentukan nilai-nilai bilangan Ramsey multipartit himpunan $M_j(P_m,C_n)$ untuk kombinasi P_m *versus* C_n dengan $j = 2$, $2 \leq m \leq 5$, dan $3 \leq n \leq 10$.

1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam tugas akhir ini disusun sebagai berikut. Bab I adalah pendahuluan yang terdiri dari latar belakang, perumusan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan, Bab II berisi landasan teori membahas konsep dasar ataupun teori yang mendukung masalah yang dibahas, Bab III yang merupakan hasil dari penelitian ini yaitu Bilangan Ramsey Multipartit Himpunan untuk Kombinasi Graf Lintasan P_m dan Graf Lingkaran C_n. Kesimpulan dan saran terdapat pada Bab IV yang merupakan bab akhir pada tugas akhir ini.