

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Persamaan diferensial parsial adalah persamaan yang memuat turunan suatu fungsi dengan dua atau lebih variabel bebas. Persamaan diferensial parsial muncul pada masalah-masalah fisis, salah satunya adalah persamaan Laplace. Persamaan ini termasuk dalam kelompok persamaan eliptik dan merupakan jenis persamaan diferensial linier orde dua dengan dua peubah [3]. Persamaan Laplace sering dijumpai pada masalah perpindahan panas, difusi massa, aliran gas ideal, elektrostatik dan masalah mekanika dan fisika lainnya [12].

Dalam konteks masalah perpindahan panas, persamaan Laplace sering digunakan untuk memodelkan aliran panas dua dimensi pada sebuah pelat. Dalam hal ini pelat dipanaskan pada suhu tertentu di tepi batasnya secara konstan dan disekat sempurna pada kedua sisi permukaan sehingga tidak terpengaruh oleh suhu luar. Selanjutnya timbul permasalahan bagaimana panas menyebar pada titik-titik di dalam pelat ketika pelat mencapai kesetimbangan [7].

Dalam beberapa kasus yang lebih riil, persamaan diferensial parsial, termasuk persamaan Laplace, sulit diselesaikan dengan menggunakan metode analitik. Untuk mengatasi permasalahan tersebut digunakan metode numerik

untuk mendapatkan solusi hampirannya. Beberapa metode numerik yang biasa digunakan untuk penyelesaian persamaan diferensial parsial adalah metode beda hingga [7], metode Crank-Nicholson [11] dan metode elemen batas [10].

Metode elemen batas (disingkat MEB) adalah salah satu metode komputasi yang sudah banyak digunakan pada aplikasi sains dan teknik. Sebagai contoh, MEB telah diaplikasikan untuk menyelesaikan masalah yang melibatkan persamaan Schrödinger [13] dan persamaan difusi [14]. Alasan pemilihan metode ini adalah keunikannya dalam reduksi dimensi masalah, dimana masalah dengan domain tiga dimensi dapat direduksi menjadi masalah dua dimensi [1]. Selain itu, kelebihan metode ini adalah kemampuannya dalam menangani masalah untuk domain terbuka (tak terbatas), serta efektif pada perhitungan turunan dari fungsi flux, tegangan, tekanan dan momen [8].

Terkait aplikasi komputer yang digunakan, Davies dan Crann [5] pernah mengusulkan penggunaan spreadsheet seperti Excel karena aplikasi ini familiar oleh banyak orang. Namun, spreadsheet memiliki keterbatasan dalam konstruksi dan manipulasi matriks. Lebih lanjut, perubahan pada nilai-nilai parameter (seperti jumlah elemen batas yang berakibat pada ukuran matriks dan vektor) tidak dapat diatasi dengan baik oleh spreadsheet dan juga tidak nyaman digunakan. Walaupun kesulitan ini dapat diatasi dengan fitur *Visual Basic Application* (VBA) yang disediakan oleh Excel, namun hal ini membutuhkan keterampilan pemrograman yang cukup tinggi [9].

Sebagai alternatif, MATLAB menyediakan fitur yang lengkap untuk metode numerik seperti MEB yang melibatkan perhitungan matriks. Dalam hal

ini, tingkat keterampilan pemrograman yang dibutuhkan pada MATLAB tidak terlalu tinggi jika dibandingkan dengan VBA. Selain itu, MATLAB memiliki fitur tampilan output grafis yang mudah digunakan, sehingga sangat berguna dalam tahap *post-processing* pada MEB [9].

Pada penelitian ini akan dibahas implementasi MEB pada penyelesaian numerik persamaan Laplace menggunakan aplikasi MATLAB. Kajian pada penelitian ini mengeksplorasi kembali studi pada referensi [9]. Kajian serupa juga pernah dibahas oleh Manaqib [10] namun dengan contoh implementasi yang berbeda.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka masalah yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana konstruksi metode elemen batas ?
2. Bagaimana implementasi metode elemen batas pada penyelesaian numerik persamaan Laplace dengan menggunakan aplikasi MATLAB ?

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam penelitian ini masalah dibatasi pada solusi persamaan Laplace dua dimensi dengan syarat batas campuran (Dirichlet dan Neumann).

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan permasalahan di atas, tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mendapatkan proses konstruksi metode elemen batas.
2. Mengimplementasikan metode elemen batas pada penyelesaian numerik persamaan Laplace dengan menggunakan aplikasi MATLAB.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut. Bab I menjelaskan latar belakang, rumusan masalah, pembatasan masalah dan tujuan dari penelitian. Bab II membahas teori-teori terkait dengan topik permasalahan sebagai dasar acuan. Selanjutnya Bab III membahas penyelesaian numerik persamaan Laplace dengan menggunakan metode elemen batas dan implementasinya pada MATLAB. Terakhir pada Bab IV disajikan kesimpulan dan saran.

