

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Pada sebuah matriks berukuran  $m \times n$  terdapat salah satu jenis matriks invers yang dikenal dengan invers Moore Penrose. Invers Moore Penrose dinotasikan dengan  $A^\dagger$ , yaitu suatu matriks yang memenuhi:

1.  $AA^\dagger A = A$ ,
2.  $A^\dagger AA^\dagger = A^\dagger$ ,
3.  $(A^\dagger A)^\star = A^\dagger A$ , dan
4.  $(AA^\dagger)^\star = AA^\dagger$ ,

dimana  $\star$  adalah transpose konjugat dari suatu matriks .

Sifat yang memenuhi invers Moore Penrose di atas diperluas dengan mengganti matriks menjadi unsur dalam ring.

Pada tahun 2002 Koliha dan P. Patricio menjelaskan tentang invers Moore Penrose pada ring  $R$  dengan elemen satuan yang dilengkapi involusi " $\star$ " [?]. Didefinisikan bahwa involusi " $\star$ " pada  $R$  sebagai fungsi  $a \in R \rightarrow a^\star \in R$  yang memenuhi:  $(a^\star)^\star = a$ ,  $(a + b)^\star = a^\star + b^\star$ , dan  $(ab)^\star = b^\star a^\star$ , untuk setiap  $a, b \in R$ . Invers Moore Penrose pada ring yang dilengkapi dengan involusi " $\star$ "

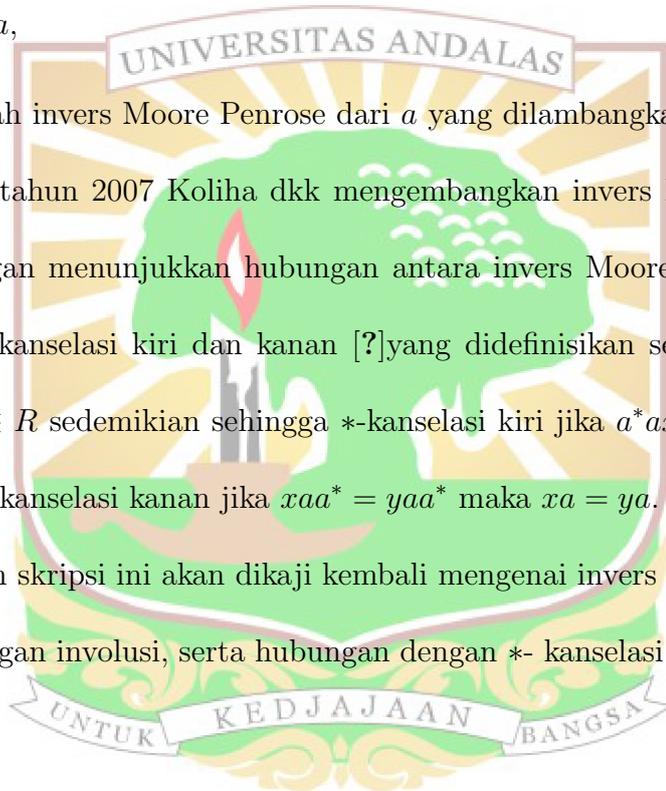
didefinisikan sebagai berikut. Misalkan  $a \in R$  mempunyai invers Moore Penrose jika memenuhi:

1.  $aba = a$ ,
2.  $bab = b$ ,
3.  $(ab)^* = ab$ , dan
4.  $(ba)^* = ba$ ,

dimana  $b$  adalah invers Moore Penrose dari  $a$  yang dilambangkan dengan  $a^\dagger$ .

Pada tahun 2007 Koliha dkk mengembangkan invers Moore Penrose pada ring dengan menunjukkan hubungan antara invers Moore Penrose pada ring dengan \*-kanselasi kiri dan kanan [?] yang didefinisikan sebagai berikut: misalkan  $x, y \in R$  sedemikian sehingga \*-kanselasi kiri jika  $a^*ax = a^*ay$  maka  $ax = ay$  dan \*-kanselasi kanan jika  $xaa^* = yaa^*$  maka  $xa = ya$ .

Dalam skripsi ini akan dikaji kembali mengenai invers Moore Penrose dalam ring dengan involusi, serta hubungan dengan \*-kanselasi kiri dan kanan pada [?].



## 1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada penelitian ini yaitu jika diberikan ring  $R$  dengan involusi dan misalkan  $a \in R$  mempunyai invers Moore Penrose maka:

1. bagaimana invers Moore Penrose dari  $a^*$ ,  $a^*a$ , dan  $aa^*$ , dan
2. bagaimana hubungan antara \*-kanselasi kiri dan kanan dengan invers Moore Penrose .

### 1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian ini yaitu:

1. menentukan invers Moore Penrose dari  $a^*$ ,  $a^*a$ , dan  $aa^*$ , dan
2. menentukan hubungan antara \*-kancellasi kiri dan kanan dengan invers Moore Penrose.

### 1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan ini terdiri dari empat bab yaitu: bab pertama merupakan pendahuluan yang terdiri dari latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Landasan Teori yang berisi tentang materi-materi berupa definisi-definisi dan teorema-teorema yang akan dijadikan landasan untuk menyelesaikan permasalahan pada tugas akhir ini terletak pada bab kedua. Bab ketiga berisi Pembahasan mengenai invers Moore Penrose dalam Ring dengan Involusi. Bab keempat ditutup dengan kesimpulan dari hasil pembahasan.

