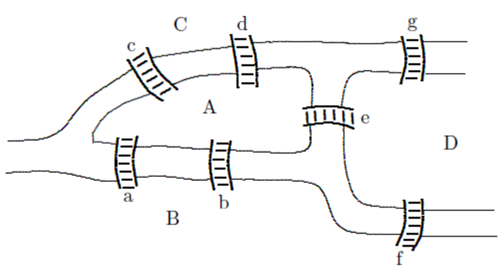
BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf bermula dari suatu teka-teki rekreasional yang berlatar di Kota Konigsberg, Prussia Timur (sekarang Kaliningrad, Rusia). Kota tersebut dibangun di dekat muara Sungai Pregel yang membagi kota menjadi empat daratan. Untuk menghubungkan keempat daratan tersebut, dibangun tujuh jembatan seperti pada Gambar 1.1.1 [8]. Selanjutnya muncul pertanyaan, apakah terdapat rute yang dapat melintasi semua jembatan tanpa melewati jembatan yang sama lebih dari satu kali. Meskipun rute tersebut telah lama dianggap mustahil, verifikasi secara matematis baru dipresentasikan oleh seorang ahli matematika bernama Leonhard Euler (1707-1783) di Akademi Petersburg pada 26 Agustus 1735 [3].



Gambar 1.1.1: Jembatan Konigsberg [3]

Euler melambangkan Pulau Kneiphof dengan huruf A dan tiga daratan lainnya dengan B, C, dan D. Tujuh jembatan yang melintasi Sungai Pregel dilambangkan dengan a, b, c, d, e, dan f. Dalam makalahnya, Euler menjelaskan apa yang harus terjadi jika terdapat rute yang melintasi masing-masing jembatan tepat satu kali [3]. Dengan terjawabnya teka-teki jembatan Konigsberg, teori graf berkembang menjadi suatu cabang dalam ilmu matematika.

Teori graf mempunyai banyak bidang kajian. Salah satunya adalah bilangan Ramsey. Teori terkait bilangan Ramsey pertama kali diperkenalkan oleh Frank Plumpton Ramsey dalam makalahnya yang berjudul "On a problem of formal logic" pada tahun 1928 [7]. Ide dasar dari teori yang dikenal dengan teori Ramsey ini adalah bilangan Ramsey klasik. Jika diberikan dua bilangan asli m dan n, maka didefinisikan bilangan Ramsey $r(m,n)$ sebagai bilangan bulat positif terkecil p sedemikian sehingga jika graf lengkap K_p diberi 2-pewarnaan merah dan biru pada setiap sisinya, maka akan selalu terdapat graf lengkap K_m merah atau graf lengkap K_n biru sebagai subgraf dari K_p [4]. Hingga saat ini, baru ditemukan sembilan bilangan Ramsey klasik, yaitu $r(3,3) = 6$, $r(3,4) = 9$, $r(3,5) = 14$, $r(3,6) = 18$, $r(3,7) = 23$, $r(3,8) = 28$, $r(3,9) = 36$, $r(4,4) = 18$, dan $r(4,5) = 25$ [6].

Selanjutnya kajian bilangan Ramsey diperluas untuk dua graf sebarang. Misalkan diberikan sebarang graf F dan H. Bilangan Ramsey $r(F,H)$ didefinisikan sebagai suatu bilangan asli terkecil n sedemikian sehingga jika graf lengkap K_n diberi sebarang pewarnaan merah-biru pada setiap sisinya, maka graf lengkap K_n akan selalu memuat subgraf berwarna merah yang isomorfik dengan F atau subgraf berwarna biru yang isomorfik dengan H [3]. Bilangan Ramsey pun dikembangkan untuk kasus dua partit dan dinamakan bilangan Ramsey bipartit. Bilangan Ramsey bipartit kemudian diperumum menjadi bilangan Ramsey multipartit.

Pada awal abad ke-21, Burger dan Vuuren mengkaji bilangan Ramsey multipartit dan mempublikasikan hasilnya dalam jurnal berjudul "Ramsey numbers in complete balanced graphs". Kedua ahli matematika ini membagi jurnal tersebut menjadi 2 bagian. Jurnal bagian pertama membahas bilangan Ramsey multipartit himpunan (R-M-H) dan bagian kedua membahas bilangan Ramsey multipartit ukuran (R-M-U).

Misalkan $K_{(\zeta\times j)}$ adalah suatu graf multipartit seimbang lengkap yang terdiri dari ζ partit dan j simpul pada setiap partit. Misalkan j, l, n, s, dan t bilangan asli positif dengan $n, s \geq 2$. Bilangan R-M-H $M_j(K_{(n\times l)}, K_{(s\times t)})$ adalah bilangan bulat positif terkecil ζ sedemikian sehingga untuk sebarang pewarnaan dari sisi $K_{(\zeta\times j)}$ menggunakan dua warna merah dan biru, maka mestilah $K_{(\zeta\times j)}$ ini memuat $K_{(n\times l)}$ merah atau $K_{(s\times t)}$ biru sebagai subgraf dari $K_{(\zeta\times j)}$ [2].

Untuk kombinasi graf sebarang G dan H serta $j \geq 2$, bilangan R-M-H $M_j(G, H)$ didefinisikan sebagai suatu bilangan bulat positif terkecil t sedemikian sehingga jika semua sisi dari graf multipartit seimbang lengkap $K_{(t\times j)}$ diberi sebarang pewarnaan merah-biru, maka graf $K_{(t\times j)}$ akan memuat subgraf G berwarna merah atau subgraf H berwarna biru.

Pada tahun 2020, Yuri [9] telah menentukan rumus untuk bilangan R-M-H $M_2(P_n, W_s)$ dengan $n = 3$, $n = 4$, dan $s \geq 3$. Setahun setelahnya, Lubis [5] mengkaji bilangan R-M-H kombinasi graf lintasan P_3 dengan graf roda W_n untuk $n \geq 3$ dan $j = 4$ dalam skripsinya. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk mengkaji bilangan R-M-H kombinasi graf lintasan dengan graf roda. Adapun graf yang peneliti kaji dalam skripsi ini adalah graf lintasan P_4 dan graf roda W_n dengan $n \geq 3$.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka masalah yang akan dikaji dalam penelitian ini adalah apa rumus untuk menentukan bilangan R-M-H kombinasi graf lintasan P_4 dengan graf roda W_n untuk $n \geq 3$.

1.3 Batasan Masalah

Kajian dalam penelitian ini adalah bilangan R-M-H kombinasi graf lintasan P_4 dengan graf roda W_n untuk $n \geq 3$. Masalah pada penelitian ini dibatasi untuk $j = 3$ dan selanjutnya akan dinotasikan sebagai $M_3(P_4, W_n)$ untuk $n \geq 3$.

1.4 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan bilangan R-M-H $M_3(P_4, W_n)$ dengan $n \geq 3$ yang akan disajikan dalam bentuk teorema disertai pembuktian.

1.5 Sistematika Penulisan

Skripsi ini terdiri atas empat bab. Bab I berisi pendahuluan yang terdiri dari latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Selanjutnya, Bab II memuat landasan teori berupa konsep dasar, definisi, dan teori yang digunakan dalam penelitian ini. Bab III berisi langkah-langkah pengerjaan serta hasil dari penelitian ini. Hasil-hasil penelitian dalam skripsi ini berupa teorema yang diberi tanda $\square$ di ujung pembuktiannya. Hasil yang diperoleh pada Bab III akan disimpulkan pada Bab IV ditambah dengan saran untuk penelitian selanjutnya.