

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Sejak pertama kali diperkenalkan oleh L'Hôpital pada tahun 1695, persamaan diferensial fraksional telah banyak menarik perhatian para ahli matematika terkenal, seperti Euler, Laplace, Fourier, Liouville, Riemann dan Laurent [4]. Persamaan diferensial fraksional (PDF) merupakan persamaan diferensial yang memuat orde pecahan [5].

PDF semakin sering muncul dalam berbagai bidang penelitian dan aplikasi sehingga diperlukan metode yang efektif dan mudah digunakan untuk menyelesaikan persamaan tersebut [5]. Adapun dalam penyelesaian PDF telah melibatkan berbagai macam metode, yakni metode transformasi Mellin, metode fungsi Green, metode fungsi Wright [1], dan yang paling populer adalah metode transformasi Laplace [1, 2, 4, 5, 11, 12].

Metode transformasi Laplace adalah salah satu metode yang paling ampuh untuk mencari solusi eksak PDF linier dengan koefisien konstan [12]. Bentuk umum dari PDF linier adalah sebagai berikut [3] :

$$D^{\delta_n}y(t) + a_{n-1}D^{\delta_{n-1}}y(t) + \dots + a_1D^{\delta_1}y(t) + a_0y(t) = g(t), \quad (1.1.1)$$

dalam hal ini  $D^{\delta_i}$  menyatakan operator turunan fraksional orde  $\delta_i$  dengan

$m - 1 < \delta_i < m$ , untuk  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $m \in \mathbb{N}$ , dan  $a_j \in \mathbb{R}$ ,  $j = 0, 1, \dots, n - 1$ .

Jika  $g(t) \neq 0$  maka persamaan (1.1.1) disebut nonhomogen.

Beberapa peneliti sebelumnya telah menyelidiki dan memperoleh solusi eksak masalah nilai awal PDF menggunakan transformasi Laplace dengan operator turunan tipe Caputo, diantaranya adalah Aisy dan Husna [9] dan Nisa, dkk [14]. Kemudian Refina dan Rudianto [15], serta Yolanda dan Rudianto [17] menyelesaikan masalah nilai batas persamaan diferensial biasa dengan syarat batas fraksional.

Pada skripsi ini, diselidiki solusi eksak untuk PDF linier nonhomogen dengan syarat batas yang diberikan oleh persamaan berikut :

$$\begin{cases} D^\delta y(t) = f(t), & 0 < t < 1, & 1 < \delta < 2, \\ y(0) = \alpha \neq 0, & y(1) = \beta \neq 0, \end{cases} \quad (1.1.2)$$

dengan  $D^\delta$  adalah operator turunan fraksional Caputo orde  $\delta$ .

Masalah ini dikemukakan oleh Shuqin dalam [16]. Dalam skripsi ini, akan dielaborasi kembali masalah tersebut. Selanjutnya diberikan beberapa contoh yang mengilustrasikan masalah nilai batas (1.1.2).

## 1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam skripsi ini adalah bagaimana formulasi solusi eksak PDF (1.1.2).

### 1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam skripsi ini difokuskan pada penyelesaian PDF (1.1.2) secara eksak untuk  $1 < \delta < 2$ .

### 1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan penulisan skripsi ini adalah mengetahui solusi eksak dari PDF (1.1.2).

### 1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan ini terdiri dari empat bab yaitu : BAB I Pendahuluan yang memuat latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. BAB II Landasan teori yang berisi materi-materi dasar sebagai penunjang berupa definisi, teorema, dan lemma yang akan digunakan pada pembahasan. BAB III Pembahasan. BAB IV Penutup.

