

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh matematikawan terkenal asal Swiss yang bernama Leonhard Euler pada tahun 1736 dalam memecahkan masalah jembatan Königsberg yang sangat terkenal di Eropa. Euler mencoba membuktikan kemungkinan untuk melewati empat daerah yang terhubung dengan tujuh jembatan di atas sungai dalam sekali waktu. Masalah jembatan Königsberg ini dinyatakan ke dalam graf, dimana keempat daerah tersebut sebagai titik dan ketujuh jembatan sebagai sisi yang menghubungkan pasangan titik yang bersesuaian sehingga dapat terbentuknya graf yang lengkap.

Salah satu kajian dalam teori graf yaitu bilangan kromatik lokasi. Untuk pertama kalinya kajian tentang konsep bilangan kromatik lokasi diperkenalkan oleh Chartrand dkk [5] tahun 2002 yaitu perpaduan konsep pewarnaan titik dan dimensi partisi pada suatu graf. Pewarnaan titik pada suatu graf ialah pemberian warna ke semua titik pada graf dengan syarat setiap titik-titik yang bertetangga harus memiliki warna yang berbeda. Banyaknya warna minimum yang digunakan untuk pewarnaan titik pada graf G disebut bilangan kromatik, yang dinotasikan $\chi(G)$. Himpunan titik $V(G)$ dipartisi menjadi subhimpunan, yaitu S_1, S_2, \dots, S_k . Notasikan Π sebagai su-

atau himpunan terurut dari k -partisi, tulis $\Pi = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$. Misalkan terdapat sebuah titik v di G , maka representasi v terhadap Π didefinisikan sebagai $r(v|\Pi) = (d(v, S_1), d(v, S_2), \dots, d(v, S_k))$. Jika setiap titik pada G mempunyai representasi yang berbeda terhadap Π , maka Π disebut partisi penyelesaian. Kardinalitas dari k -partisi penyelesaian terhadap $V(G)$ disebut dimensi partisi.

Kelas warna pada suatu graf G dinotasikan dengan S_i merupakan himpunan titik-titik yang berwarna i dengan $1 \leq i \leq k$. Misalkan $\Pi = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ merupakan partisi terurut dari $V(G)$. Berdasarkan pewarnaan titik, maka representasi titik v terhadap Π disebut kode warna dari v , dinotasikan dengan $c_\Pi(v)$. Kode warna $c_\Pi(v)$ dari suatu titik $v \in V(G)$ didefinisikan sebagai k -pasang terurut, yaitu $(d(v, S_1), d(v, S_2), \dots, d(v, S_k))$ dengan $d(v, S_i) = \min\{d(v, x) | x \in S_i\}$ untuk $1 \leq i \leq k$, dimana $d(v, x)$ adalah jarak antara titik v dan x . Jika setiap titik yang berbeda di G memiliki kode warna yang berbeda terhadap Π , maka c disebut pewarnaan lokasi. Banyaknya warna minimum yang digunakan untuk pewarnaan lokasi dari graf G disebut bilangan kromatik lokasi, dinotasikan dengan $\chi_L(G)$ [5].

Bilangan kromatik lokasi pertama kali diperkenalkan oleh Chartrand dkk[5] dalam menentukan bilangan kromatik lokasi dari beberapa graf seperti, graf lintasan P_n dengan $n \geq 3$ diperoleh bilangan kromatik lokasinya $\chi_L(P_n) = 3$, graf lingkaran diperoleh $\chi_L(C_n) = 3$ untuk n ganjil atau $\chi_L(C_n) = 4$ untuk n genap dan graf multipartit lengkap. Selanjutnya, Asmiati[2] menentukan bilangan kromatik lokasi dari amalgamasi graf bintang [4]. Pada tahun 2014,

Welyyanti dkk.[7] memperluas pengertian bilangan kromatik lokasi suatu graf yang dapat diaplikasikan pada semua jenis graf termasuk graf tak terhubung.

Behtoei dkk[3] membahas tentang bilangan kromatik lokasi dari graf kipas. Lalu, Zikra [8] juga membahas tentang bilangan kromatik lokasi dari gabungan graf kipas. Untuk mendapatkan hasil yang baru dalam tugas akhir ini akan ditentukan bilangan kromatik lokasi pada graf hasil amalgamasi t -buah graf kipas berekor yang homogen. Graf amalgamasi kipas berekor dapat $Amal\{F_{n_i}P_{m_i}, b\}_t$ dengan $t \geq 2$, $m_i \geq 2$, $n_i \geq 2$ dan $i = 1, 2, \dots, t$, dimana F_{n_i} menyatakan banyaknya titik pada subgraf graf kipas ke- i dan P_{m_i} menyatakan banyaknya titik pada subgraf graf lintasan ke- i serta b menyatakan titik hasil identifikasi dari titik-titik terminal.

1.2 Rumusan Masalah

Perumusan masalah pada tugas akhir ini adalah bagaimana cara menentukan bilangan kromatik lokasi pada graf amalgamasi kipas berekor $Amal\{F_{n_i}P_{m_i}, b\}_2$ dengan $2 \leq n_i < 23$.

1.3 Tujuan Penulisan

Tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah untuk menentukan bilangan kromatik lokasi pada graf amalgamasi kipas berekor $Amal\{F_{n_i}P_{m_i}, b\}_2$ dengan $2 \leq n_i < 23$.

1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut: Bab I berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Bab II berisi beberapa konsep dasar dalam teori graf yang digunakan untuk menyelesaikan tugas akhir ini. Bab III berisi pembahasan tentang bilangan kromatik lokasi pada graf amalgamasi kipas berekor. Bab IV berisi kesimpulan dari pembahasan. Hasil baru yang diperoleh pada tugas akhir ini ditandai dengan \diamond .

