BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pada tahun 1736, seorang matematikawan Swiss bernama Leonhard Euler memperkenalkan teori graf. Teori graf pertama kali muncul sebagai representasi permasalahan jembatan Konigsberg yang sangat terkenal. Terdapat tujuh jembatan yang berada di sungai Pregel di kota Konigsberg, kota yang terletak di Prusia bagian timur Jerman. Permasalahan yang timbul adalah bagaimana cara seseorang berpindah dari satu tempat ke tempat lain dengan melewati tepat satu kali untuk setiap jembatan [3].

Euler berhasil pertama kali menemukan jawaban masalah itu dengan cara memodelkan masalah ini ke dalam bentuk graf. Daratan yang dihubungkan oleh jembatan dinyatakan sebagai titik dan jembatan dinyatakan sebagai sisi. Euler mengungkapkan bahwa tidak mungkin seseorang berjalan melewati setiap jembatan tepat satu kali dan kembali lagi ke tempat semula karena pada graf model jembatan Konigsberg itu tidak semua titik berderajat genap (derajat suatu titik adalah banyaknya sisi yang terkait dengan titik yang bersangkutan) [3].

Teori graf merupakan salah satu ilmu yang dibahas dalam matematika yang mempelajari tentang himpunan titik yang dikaitkan oleh himpunan sisi.

Suatu graf G terdiri atas dua himpunan yaitu himpunan tak kosong V yang elemen-elemennya disebut titik dan himpunan E yang elemen-elemennnya disebut sisi. Topik dalam teori graf yang menarik dan sedang banyak dikembangkan adalah pelabelan graf dan pewarnaan graf. Salah satu topik yang akan dibahas disini adalah pewarnaan graf.

Masalah pewarnaan peta diyakini sebagai pewarnaan graf yang pertama kali muncul, dimana setiap dua daerah yang berbatasan diberi warna berbeda agar mudah untuk dibedakan. Bidang pewarnaan menjadi salah satu bidang yang paling populer pada teori graf dan memiliki banyak aplikasi dalam membuat jadwal, pemetaan, penentuan frekuensi untuk radio, pencocokan pola, dan lain-lain. Masalah pewarnaan graf berkembang terus lebih jauh, salah satunya bilangan *rainbow connection* dan *strong rainbow connection*.

Latar belakang munculnya konsep bilangan *rainbow connection*, berawal dari penyelesaian masalah informasi komunikasi antar agen pemerintah di USA. Departemen Keamanan Homeland USA dibentuk untuk merespon kelemahan yang ditemukan dalam transfer informasi. Dalam penyebaran informasi dapat dikirimkan kepada agen yang juga merupakan pengirim informasi untuk agen lainnya dengan menggunakan sandi. Jika diilustrasikan, maka akan terdapat suatu atau lebih lintasan informasi untuk setiap dua agen dan harus dipastikan tidak ada sandi yang berulang untuk setiap lintasan informasi antara dua agen, sehingga sandi untuk setiap lintasan berbeda-beda. Situasi ini yang dimodelkan dalam teori graf yaitu bilangan *rainbow connect-*

ion. Masalah bilangan *rainbow connection* ini selain bisa diaplikasikan dalam keamanan transfer informasi yang terklarifikasi antar agen, menarik juga untuk diinterpretasikan pada bidang *networking* [12].

Konsep *rainbow connection* pada suatu graf pertama kali diperkenalkan oleh Chartrand, Johns, McKeon dan Zhang [3]. Mereka menentukan bilangan *rainbow connection* dari beberapa graf khusus seperti graf pohon, graf lengkap, graf lingkaran, graf roda, graf bipartit lengkap, dan graf *multipartite* lengkap. Graf G dikatakan *rainbow connected* jika setiap dua titik yang berbeda di G dihubungkan oleh lintasan *rainbow*. Lintasan *rainbow* adalah lintasan pada graf G dimana tidak ada dua sisi pada lintasan tersebut yang memiliki warna sama. Bilangan *rainbow connection* adalah minimal warna yang diperlukan sehingga graf G *rainbow connected*, ditulis $rc(G)$.

Misalkan p adalah *rainbow coloring* dari graf terhubung G. Untuk setiap lintasan yang menghubungkan dua titik $u, v \in G$, lintasan-(u, v) *geodesic* pada G adalah lintasan-(u, v) *rainbow* yang panjangnya $d(u, v)$, dimana $d(u, v)$ adalah jarak antara u dan v. Graf G dikatakan *strongly rainbow connected* jika untuk setiap $u, v \in V(G)$ terdapat suatu lintasan-(u, v) *geodesic*. Bilangan *strong rainbow connection* adalah minimal warna yang diperlukan sehingga graf G *strongly rainbow connected*, ditulis $src(G)$ [4].

Perkembangan penentuan bilangan *rainbow connection* dan *strong rainbow connection* untuk graf-graf khusus semakin bertambah. Sy dkk [10] telah mengkaji *rainbow connection* untuk graf kipas dan graf matahari. Fitriani dan Salman [5] telah mengkaji tentang bilangan *rainbow connection* untuk amalgamasi beberapa graf. Selain itu, Yuri [12] telah mengkaji bilangan *rainbow connection* pada hasil operasi *Cartesian product* terhadap graf lingkaran dan graf bipartite lengkap dengan graf lintasan. Yulianti dkk [11] telah mengkaji bilangan *rainbow connection* pada graf *Triangle-net*. Pada tahun 2018, Asmara dkk [1] mengkaji tentang bilangan *rainbow connection* dan *strong rainbow connection* pada graf Jahangir $J_{2,m}$ untuk $2 \leq m \leq 8$. Pada penelitian ini penulis memperbaiki batas atas dari bilangan *rainbow connection* dan *strong rainbow connection* pada graf Jahangir $J_{2,m}$ yang diperoleh Asmara [1] dan melengkapi bilangan *rainbow connection* dan *strong rainbow connection* pada graf Jahangir $J_{2,m}$ untuk $m \geq 2$.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah dijelaskan, permasalahan yang dikaji pada penelitian ini adalah bagaimana cara menentukan bilangan *rainbow connection* dan *strong rainbow connection* graf Jahangir $J_{2,m}$ dengan $m \geq 2$ untuk memperbaiki dan melengkapi hasil penelitian yang diperoleh Asmara [1].

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah disampaikan di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan bilangan *rainbow connection* dan *strong rainbow connection* pada graf Jahangir $J_{2,m}$ untuk $m \geq 2$.

1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam tugas akhir ini adalah Bab I sebagai pendahuluan yang terdiri dari latar belakang, perumusan masalah, tujuan dan sistematika penulisan. Pada Bab II sebagai landasan teori yang membahas tentang konsep dasar dari teori graf, graf Jahangir, dan materi tentang bilangan *rainbow connection* serta *strong rainbow connection*. Pada Bab III membahas tentang penentuan bilangan *rainbow connection* dan *strong rainbow connection* pada graf Jahangir $J_{2,m}$ untuk $m \geq 2$, sedangkan Bab IV berisi kesimpulan dan saran dari penelitian pada tugas akhir ini.