BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Telah lazim dikenal bahwa bentuk umum sistem persamaan diferensial linier homogen diberikan sebagai berikut :

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = A\mathbf{x}(t), \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \tag{1.1.1}$$

yang dalam hal ini $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $x \in \mathbb{R}^n$ dan $\frac{d\mathbf{x}}{dt}$ menyatakan turunan pertama dari $\mathbf{x}$ terhadap t. Seiring berkembangnya ilmu pengetahuan, telah banyak terjadi fenomena dalam kehidupan sehari-hari yang dapat dimodelkan dalam suatu persamaan diferensial. Beberapa model matematika berupa sistem persamaan diferensial telah banyak dipublikasikan diantaranya model pada sistem mekanik kendaraan, sistem fluida, sistem termal dan lainnnya [**?**].

Seiring dengan berkembangnya konsep turunan biasa menjadi turunan *fractional* oleh Joseph Liouville dalam tahun 1832 [**?**], konsep sistem persamaan diferensial juga mengalami perkembangan. Salah satu pengembangan dari sistem persamaan diferensial (1.1.1) adalah sistem persamaan diferensial *fractional* yang diberikan sebagai berikut:

$$\frac{d^\alpha\mathbf{x}(t)}{dt^\alpha} = A\mathbf{x}(t), \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \qquad 0 < t < \infty \tag{1.1.2}$$

dimana $\dfrac{d^{\alpha}\mathbf{x}(t)}{dt^{\alpha}}$ menyatakan turunan *fractional* orde α dari $\mathbf{x}(t)$, dengan $m-1<\alpha<m, m\in\mathbb{N}$.

Telah banyak literatur yang melaporkan mengenai bagaimana penyelesaian sistem (1.1.2) dengan berbagai macam bentuk turunan *fractional* yakni turunan *fractional* tipe Riemann-Liouville, turunan *fractional* tipe Jumarie, turunan *fractional* tipe Caputo dan yang lainnya.

Dalam skripsi ini diselesaikan sistem persamaan diferensial *fractional* (1.1.2) dengan $D^{\alpha}\mathbf{x}(t)$ adalah turunan *fractional* tipe Caputo orde α, $m-1<\alpha<m, m\in\mathbb{N}$, dari fungsi $\mathbf{x}$(t) yang didefinisikan sebagai [**?**] :

$$D^{\alpha}\mathbf{x}(t)=\frac{d^{\alpha}\mathbf{x}(t)}{dt^{\alpha}}=\frac{1}{\Gamma(m-\alpha)}\int_{0}^{t}\frac{\mathbf{x}^{(m)}(\tau)d\tau}{(t-\tau)^{\alpha+1-m}} \tag{1.1.3}$$

yang dalam hal ini Γ adalah fungsi Gamma. Dalam skripsi ini metode yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial linier homogen *fractional* adalah metode transformasi Laplace. Solusi dari sistem persamaan diferensial *fractional* (1.1.2) dinyatakan dalam bentuk fungsi Mittag-Leffler. Pembahasan ini mengelaborasi kembali pembahasan dalam literatur [**?**].

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam tugas akhir ini adalah bagaimana menentukan solusi dari sistem persamaan linier homogen *fractional*

$$\frac{d^{\alpha}\mathbf{x}(t)}{dt^{\alpha}}=A\mathbf{x}(t),\quad \mathbf{x}(0)=\mathbf{x}_0,\quad 0<t<\infty \tag{1.2.1}$$

dalam bentuk fungsi Mittag-Leffler.

1.3 Batasan Masalah

Dalam tugas akhir ini, batasan masalah ini difokuskan pada sistem (1.1.2) linier homogen *fractional* dalam fungsi Mittag-Leffler dan turunan *fractional* yang digunakan adalah turunan *fractional* Caputo.

1.4 Tujuan Penulisan

Adapun tujuan penulisan ini adalah untuk menentukan solusi dari persamaan (1.1.2) linier *fractional* dalam bentuk fungsi Mittag-Leffler.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan ini terdiri dari empat bab yaitu : BAB I Pendahuluan yang terdiri dari latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. BAB II merupakan landasan teori yang berisikan materi-materi dasar dalam penunjang berupa definisi dan teorema yang akan digunakan pada pembahasan. Selanjutnya pembahasan dari penelitian ini terdapat pada BAB III dan Bab IV berisi tentang kesimpulan dari penulisan tugas akhir ini.