

# Bab I

## PENDAHULUAN

### I.1 Latar Belakang Masalah

Misalkan  $\mathcal{P} = \langle \mathbf{a}, \mathbf{r} \rangle$  presentasi grup yang mendefinisikan grup  $G$ . Dari presentasi ini dapat diperoleh grup fundamental pertama  $\pi_1(\mathcal{P})$  atas  $\mathcal{P}$ . Unsur-unsur dari  $\pi_1(\mathcal{P})$  adalah kelas-kelas ekivalensi dari *word*  $[W]$ . Selanjutnya, dari presentasi ini juga dapat diperoleh *picture* atas  $\mathcal{P}$ . Suatu *picture* atas  $\mathcal{P}$  adalah objek yang memuat lengkung-lengkung (*arcs*) yang berbeda yang diberi nama dengan unsur-unsur dari  $\mathbf{a}$ , disk-disk (*discs*) yang diberi nama dengan unsur-unsur dari  $\mathbf{r}$ , dan suatu disk batas yang dilengkapi dengan suatu titik awal.[6]

Suatu *picture* atas  $\mathcal{P}$  disebut *spherical picture* jika semua lengkung dalam  $\mathcal{P}$  tidak menyentuh disk batas. Selanjutnya diperoleh grup fundamental kedua  $\pi_2(\mathcal{P})$  yang unsur-unsurnya merupakan kelas-kelas ekivalensi dari *spherical picture*  $[P]$ .

Oleh karena grup ini adalah grup abelian dan juga merupakan modul- $\mathbf{Z}G$  kanan dengan aksi yang disebabkan oleh  $[P]\overline{W} = [PW]$  ( $\overline{W}$  adalah unsur dari  $G$  yang direpresentasikan oleh  $W$ ), maka grup ini lebih sering disebut sebagai modul homotopi kedua.[1]

Suatu *picture* atas  $\mathcal{P}$  disebut sebagai himpunan generator  $\pi_2(\mathcal{P})$  jika  $\{[P]; P \in \mathbf{P}\}$  membangun modul- $\mathbf{Z}G$   $\pi_2(\mathcal{P})$ . [1] Selanjutnya Bogley dan Pride (1993) menye-

butkan bahwa  $\mathbf{P}$  himpunan generator jika dan hanya jika setiap *spherical picture* atas  $\mathcal{P}$  dapat ditransformasikan ke *picture* kosong dengan operasi-operasi pada *picture*. [2] Perhitungan generator  $\pi_2(\mathcal{P})$  yang dilakukan oleh Bogley dan Pride (1993) hanya untuk melihat generator-generator yang diketahui saja. [2] Selanjutnya perhitungan generator dengan melibatkan dua presentasi grup yang ditransformasikan dengan Metode Transformasi Tietze telah dilakukan oleh Yanita dan Abdul Ghafur Ahmad (2013). [7]

## I.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimanakah menentukan generator modul homotopi kedua dengan melibatkan dua presentasi grup melalui Transformasi Tietze.

## I.3 Batasan Masalah

Pada penelitian ini dibatasi pada presentasi grup  $\langle x, y | xyx = yxy \rangle$  dan  $\langle a, b | a^2, b^3 \rangle$ .

## I.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah untuk menentukan generator modul homotopi kedua untuk presentasi grup  $\langle x, y | xyx = yxy \rangle$  dan  $\langle a, b | a^2, b^3 \rangle$  dengan menggunakan Metode Transformasi Tietze.

## I.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memperluas wawasan penulis serta pembaca pada umumnya tentang generator modul homotopi kedua untuk presentasi grup dan juga dapat memberikan sumbangan terhadap ilmu pengetahuan khususnya tentang presentasi grup.

## I.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam tesis ini adalah dengan membaginya menjadi empat Bab. Bab I menjelaskan tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, dan manfaat penelitian. Bab II berisi tentang definisi, teorema, lemma, proposisi serta contoh yang berkaitan dengan *word*, *picture*, operasi-operasi pada *picture* serta keekivalenan presentasi grup dengan menggunakan transformasi Tietze. Selanjutnya, Bab III memuat tentang perhitungan generator modul homotopi kedua untuk presentasi grup  $\langle x, y | xyx = yxy \rangle$  dan  $\langle a, b | a^2, b^3 \rangle$ . Terakhir, Bab IV berisi kesimpulan dan saran-saran.